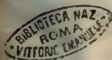
DE INFINITIS SPIRALIBVS INVERSIS;
DE INFINITISQVE HYPERBOLIS:
Ac alijs Geometricis.

AVTHORE

F. STEFANO DE ANGELIS
VENETO,

In Patauino Lyceo Matheseos Professore.





PATAVII, M.DC.LXVII.

Typis Matthæi Bolzetta de Cadorinis,

SVPERIORVM PERMISS,

DE INFINITIS
SPIRALIBVS
INVERSIS;
DE INFINITISQVE
HYPERBOLIS

Ac alijs Geometricis,

AVTHORE
F. STEFANO DE ANGELIS
VENETO,

[illegible]



PATAVII, M.DC.LXVII.

Typis Mathaei Bolzettae de Cadorinis.

Superiorum permissu.



Illustrissimis, ac Excellentissimis D. D.

ALOYSIO CONTARENO, ANGELO CORRARIO, NICOLAO SAGREDO,

Equitibus, D. M. Procuratoribus, ac Lycei Patauini Moderatoribus.

F. STEPHANUS DE ANGELIS VENETUS, ac in eodem Lyceo Matheseos Professor P. P. P.



EX perceptis redditibus Decimas Principibus Dei vicem gerentibus exsoluere cunctarum gentium obsequia consueuere. Quamobrem, cum ex innumeris, ac latè patentibus Mathema-

tum aruis angustum agellum mihi exercendum destinauerint superi; isque assiduo mentis opere euolutus decies iam fructum tulerit, hunc in ordine decimum Vobis, Excellentissimi PP. ad exigéda huiuscemodi vectigalia à Serenissimo Senatu delectis, humiliter offero. Qua in re non Cainum, sed Abelem imitari confido. Paruus est mole, fateor, verum fortassis nouitate, ac pondere non contemnendus: Hoc namque connaturale est Geometricis fructibus, vt in ipsis vnita virtus fortior censeatur. Plantæ quippè effusiores, & nimis luxuriantes, fructus vt plurimum insipidos, vel fatuos parturiunt. Nec immensæ Geometriæ glebæ inanium carent palearum copia; imo eiusdem pseudocoloni magis vberes ex alienis agris rapinas coaceruare, quam paruam, sed legitimam ex proprijs laboribus messem colligere, vanissimè contendunt. Exiguus est, fateor, siquidem infelix agellus modico fimo nutritus, ac guttatim

tim duntaxat aſperſus fatiſcit, & languet; ligoniſque acies ex aſſidua circa ſalebroſi, & pene emorituri ſoli culturam iam nimis obtunditur. Veſtrum erit Clementiſsimi PP. efficere, vt in poſterum copioſiores fructus proferat; quod facilè eueniet, ſi benignitatis veſtræ imbribus irrigatus ligonem altius admittet, ac impigris Agricolæ lacertis æquo fęnore reſpondebit. Interea ad publicam felicitatem, & gloriam D.O.M. Vos diù ſoſpitet, ac fortunet.



LE;



LECTORI BENEVOLO

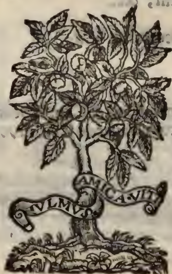




Am anni quadrans euolauit, ex quo discursus quidam nostri Italicè conscripti prodiere; in quibus rationes aliquot Physicomathematicas contra Copernicęum systema à Viro eximio Ricciolio excogitatas, ad trutinam reuocauimus. Affirmabamus tunc bina genera Infinitarum Spiralium à nobis fuisse olim contemplata; spatiaque ab ipsis clausa geometricè mensurata; quarum vna illa foret, quæ à graui naturaliter cadente in plano Æquatoris describeretur, si Tellus, ex falsa hypothesi, motu diurno duntaxat moueretur; & graue deorsum latum taliter suum concitaret motum, vt spatia ab ipso peracta forent ad inuicem vt ipsa quadrata temporum. Nè ergo videamur perperam hæc iactasse, decreuimus, Benigne Lector, nunc ea publici iuris facere. Addidimus ipsis paucula

alia

alia geometrica, quorum notitiam non putamus tibi damnosam futuram. Verum te monitum cupimus, hæc cuiuscunque ponderis extent, non nisi penitiorem Geometriam redolere; lectoremque in nostris operibus antehac laboratis non modicè versatum requirere. Si talis es, ad horum inspectionem accede. Et vale.



NOI REFORMATORI
dello Studio di Padoua.

HAuendo veduto per fede del Padre Inquisitore di Padoua nel Libro intitolato De Infinitis Spiralibus inuersis, de infinitisque Hyperbolis, &c. R. P. Stefano de Angelis, non esserui cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per attestato del Segretario nostro, niente contro Prencipi, e buoni costumi, concedemo licenza à Mattio Bolzetta de Cadorini di poterlo stampare, osseruando gl'ordini, &c.

Dat. à 14. Decembre 1667.

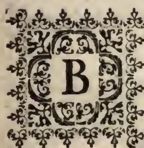
{ Angelo Correr Cau. Procur. Refor.
{ Nicolò Sagredo Cau. Proc. Ref.



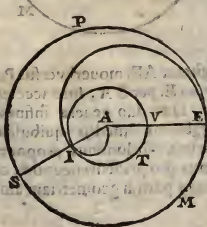
Angelo Nicolosi Segr.



DE INFINITIS SPIRALIBVS INVERSIS.

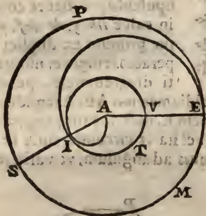


BINA genera infinitarum ſpiralium menſurare curauimus in noſtris opellis antehac laboratis; vnum in ſpeciali opuſculo pro hac re conſcripto; aliud in calce *lib. 5. de inf. parab.* Oriebatur primum ex duplici motu, eodem peracto tempore; nimirum, in ſequenti diagrammate, puncti A, æquabiliter moti per ſemidiametrum AE, & ſemidiametri A E, circa centrum A, puncto E, deſcribentis periphæriam EMSPE, vel æquabiliter, vel ita vt circumferentia ſit ad circumferentiam, vel angulus ad angulum, vt variæ temporum po-



testates. Secundum pariter oriebatur ex duplici motu eorundem mobilium, sed opposité antecedentibus; nimirum, vt motus semidiametri per circumferentiam sit æquabilis; ille verò puncti ex centro semidiametrum permeantis foret variè acceleratus. Ambo genera harum spiralium initium ducunt à centro A, vt supra patuit; quæ nunc explicabuntur ineuntur modo opposito; etsi generentur ex duplici motu eorundem mobilium, sic.

Primò concipere oportet AE, semidiametrum moueri acceleratè versus partes E,P,S,M,E, vt circumferentia EPS ME, sit ad arcum EPS, vt quęlibet potestas temporis, ad homogeneam potestatem: motus verò puncti E, per EA, sit æquabilis.

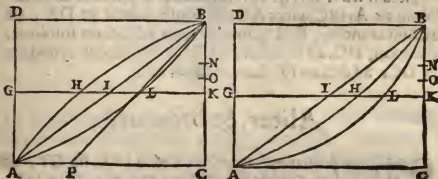


Secundò cogitetur AE, moueri versus P, S, M, &c. æquabiliter, at motum E, per EA, fore acceleratum iuxta easdem potestates. Hæc duo genera infinitarum spiralium mensurare curabimus medijs quibusdam propositionibus, quarum prima nihilominus proponetur vniuersalius quam indigeamus pro præsenti negotio, cum eiusdem vniuersalis notitia non parum geometriam ampliare videatur. Sit ergo.

PRO-

PROPOSITIO I.

Sit qualibet ſemifigura AHBC, cum triangulo ABC, & cum parallelogrammo DC; in qua ducta GK, parallela AC, ſit vt GK, ad KH, ſic IK, ad KL; & per omnia puncta L tranſeat curua BLA. Erit DC, ad figuram AHBLA (quam dicemus Lunulam in vtroque ſchemate) vt duplus cylindus ex DC, circa AC, ad ſolidum ex AHBC, circa eandem AC.



SVper DC, & ſuper AHBC, concipiantur cylindrici recti æquealti DR, & AHBCRPQ, vt RC, ſit æqualis CA, ſecti plano tranſeunte per QR, & per DB, & dirimente DR, in duo priſmata, & cylindricum ſuper AHBC, in duos truncos ABCRQ, & RQPB (Præſtabit autem hæc ſolida concipere in primo ſolo ſchemate, cum in alio eſſet eadem conſtructio, eademque demonſtratio, vt poſtea conſideranti patebit.) Pariter concipiamus planum GT, erectum ſuper GK, & ſecans omnia prout in ſchemate.

Quoniam AC, CR, ſupponuntur æquales, GT, erit quadratum ipſius GK. Tunc. Ratio GK, ad KL, componitur ex rationibus GK, ad KI, & huius ad KL. Sed vt KI, ad KL, ſic GK, ad KH, ex ſuppoſito. Et ex rationibus GK, ad KI, & GK, ad KH, componitur ratio quadra-

ti GK; ad rectangulum HKI; ergo vt GK, ad KL, ſic quadratum GK, ad rectangulum HKI; nempe ſic quadratum GT, ad rectangulum HX (quia IK, KX, ſunt æquales, quia & æquales CR, CA.) Et hoc ſemper; ergo vt DC, ad ALBC, ſic DR, ad truncum AHBCRQ. Pariter vt DC, ad AHBD, ſic DR, ad cylindricum ſuper AHBD. Quare vt DC, ad figuram DAHBLAC, ſic cylindricus DR, ad truncum AHBCRQ, cum cylindrico ſuper AHBD. Quare per conuerſionem rationis, vt DR, ad truncum QRPB, ſic DC, ad lunulam AHBLA. Sed cum *ex Schol. 3. prop. 10. lib. 2. de Inf. parab.* ſit vt priſma dimidium DR, ad dictum truncum, ſic cylindrus ex DC, circa AC, ad ſolidum ex AHBC, circa AC; & conſequenter vt DR, ad dictum truncum, ſic duplus cylindrus ad dictum ſolidum; erit etiam DC, ad lunulam, AHBLA, vt duplus cylindrus ex DC, ad dictum ſolidum. Quod, &c.

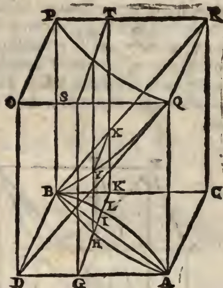
Aliter, & breuius.

POſtquam probatum eſt, eſſe vt GK, ad KL, ſic GT, ad HX, dicatur ſic. Sed vt GK, ad KH, ſic GT, ad HT; ergo & vt GK, ad HL, ſic GT, ad YT. Et ſic ſemper; ergo vt DC, ad lunulam, ſic DR, ad truncum BQRP. In reliquis ſequatur demonſtratio.

SCHOLIVM I.

PRopoſitio præſens eſt fecundiſſima. Ex ipſa namque quadrari poſſunt, in primo ſchemate, lunulæ infinitæ in omnibus illis figuris, quarum etiam ignorantur quadraturæ; dummodò innoteſcat ratio cylindri ex DC, circa AC, ad ſolidum ex AHBC, circa AC. Huiuſmodi ſunt quadrans circuli, & ellipſis, in quibus DC, triplum erit dictæ lunulæ; Infinitæ hyperbolę, de quibus in calce *lib. 5. de inf. parab.*, quarum diametri AC, baſes BC;

Et



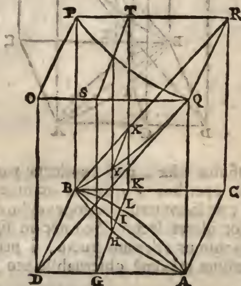
Et infinitè infinitæ aliæ ; quæ explicatæ passim reperiuntur in nostris operibus , quarum omnium quadraturę sunt occultæ , at innotuerunt rationes cylindrorum ad solida. Hæc consideret lector. Sed nec in figuris secundi schematis carebimus vberimo fructu, si prius explicetur sequens Scholium maximè obseruabile pro præcipuo nostro intento.

SCHOLIVM II.

AD memoriam ergo reuocetur, demostrationum superiorum in progressu , nos patefecisse, fore GK, ad KL, vt quadratum GT, ad rectangulum HX; & GK, ad HL, vt idem quadratum GT, ad rectangulum YT. Quod cum vbique verificetur ; non modò elicere possumus, fore DC, ad ALBC, AHBLA, vt DR, ad truncos ABCRQ, BQRP, vt supra factum fuit; vel vt triangulum AIBC, ad dictas figuras, sic prisma DBCAQR, ad dictos truncos; vel vt duplus cylindrus ex DC, *ex Schol.*

supra

Supracit. circa AC, vel DB, ad solida ex AHBC, circa easdem AC, DB; sed etiam trilineum ALBC, cum trunco ABCRQ, & lunulam AHBLA, cum trunco BRQP, fore magnitudines proportionaliter analogas iuxta sensum, ad satietatem vsque, in nostris operibus expositum. In eodemet ergo puncto secabitur BC, à centris æquilibrij ipsorum appensorum secundum BC, si proportionalia comparentur.



SCHOLIVM III.

Applicando ergo præsentem doctrinam, habebimus vndè aliquid noui patefaciamus in figuris secundi schematis, quarum non tenemus quadraturas: in quibus vtique non tenebimus quadraturas lunularum AHBLA, quia non tenemus rationem cylindri ex DC, ad solidum ex trilineo AHBC, reuolutis ambobus circa AC: sed benè in ipsis tenebimus quadraturas trilineorum ALBC; & consequenter figurarum ALBD; quia habemus rationem cylindri ex DC, circa DB, ad solidum

ex tri-

ex trilineo AHBC, circa DB. In quadrante ergo circuli; vel ellipsis, DC, sextuplum erit trilinei ALBC. Sic habebimus rationes DC, ad trilinea ALBC, in infinitis hyperbolis supra memoratis, quarum diametri DB, semibases DA; & in infinitis figuris supra indicatis. Hæc relinquimus industriæ lectorum. Nobis quippè ad alia properandum.

PROPOSITIO II.

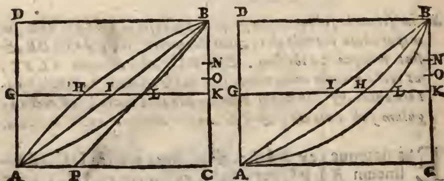
Sit in secundo schemate, in prop. 1. posito, AHBD, qualibet semiparabola principalis, cuius diameter DA, basis DB; & sint reliqua vt ibidem. Erit DC, ad trilineum ALBC, vt rectangulum contentum sub duplo numero parabolæ vnitate aucto, & sub duplo numero binario aucto, ad rectangulum sub vnitate, & sub triplo numero aucto vnitate.

Est namque, *ex Schol. 2. & 3. supra positis*, DC, ad trilineum ALBC, vt duplus cylindrus ex DC, circa DB, ad annulum ex trilineo AHBC, reuoluto circa DB. Sed cum vnicus cylindrus sit ad annulum *ex prop. 14. lib. 2. de Inf. parab.* vt rectangulum sub numero vnitate aucto, & sub numero aucto dimidia vnitate, ad sui excessum supra quadratum numeri parabolæ; & consequenter duplus cylindrus sit ad illum annulum, vt duplum antecedens, nempe rectangulum sub numero vnitate aucto, & sub duplo numero vnitate aucto, ad idem consequens: & ille excessus æquetur rectrangulo contento sub vnitate, & sub sesquialtero numeri aucto dimidio vnitatis, vt resoluenti rectangulum in suas partes constabit; sic etiam erit DC, ad ALBC. Et consequenter, vt duplum ad duplum. Erit ergo DC, ad ALBC, vt rectangulum sub duplo numero binario aucto, & sub duplo numero vnitate aucto, ad rectangulum sub vnitate, & sub triplo numero vnitate aucto. Quod, &c.

COROL-

COROLLARIVM.

Ergo triangulum dimidium rectanguli erit ad trilineum vt dimidium antecedentis, ad consequens; nimirum vt antecedens sit rectangulum sub duplo numero vnitate aucto, & sub numero aucto vnitate.



SCHOLIVM.

In numeris, si AHBC, sit semiparabola quadratica; erit DC, ad trilineum vt 30. ad 7. In cubica vt 56. ad 10. siue vt 28. ad 5. In biquadratica vt vt 90. ad 13. Etc.

Et per conuersionem rationis, erit DC, ad ALBC, vt 30. ad 23. Vt 56. ad 46. siue vt 28. ad 23. Vt 90. ad 77.

Et triangulum ABC, erit ad trilineum vt 15. ad 7. Vt 28. ad 10. siue vt 14. ad 5. Vt 45. ad 13.

Et per conuersionem rationis, vt 15. ad 8. Vt 28. ad 18. siue vt 14. ad 9. Vt 45. ad 32. Etc.

PROPOSITIO III.

Sit in primo schemate AHBC, qualibet ex infinitis semiparabolis principalibus, cuius diameter AC, basis CB. Erit

DC,

DC, ad trilineum ALBC, vt rectangulum sub numero parabolæ vnitate aucto, & sub numero binario aucto, ad dimidium rectanguli sub numero, & sub numero ternario aucto.

EST enim DC, ad ALBC, vt duplus cylindrus ex DC, circa DB, ad annulum ex AHBC, circa DB, *ex duobus dictis scholijs*. Sed cylindrus est ad annulum, *ex prop. 15. lib. 2. de Inf. Parab*, vt rectangulum sub numero vnitate aucto, & sub numero binario aucto, ad numerum minorem se binario (nempe ad rectangulum sub numero, & sub numero ternario aucto, quod æquatur illi numero binario minuto, vt consideranti, ac resoluenti rectangulum illud in suas partes manifestum fiet;) & duplus cylindrus est ad talem annulum, vt duplum antecedentis ad consequens; nempe vt antecedens ad dimidium consequentis. Ergo & DC, erit ad trilineum ALBC, vt rectangulum sub numero vnitate aucto, & sub numero binario aucto, ad dimidium rectanguli sub numero, & sub numero ternario aucto. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo triangulum dimidium dicti rectanguli, erit ad trilineum, vt dimidium dicti rectanguli, ad idem consequens.

SCHOLIVM I.

Si quis autem in numeris experiri cupiat, quo pacto hæ proportiones sint exprimendæ, inueniet in semiparabola quadratica fore vt 12. ad 5. In cubica vt 20. ad 9. In biquadratica, vt 30. ad 14. vel vt 15. ad 7. Etc.

Et per conuersionem rationi, fore DC, ad ALBC, vt 12. ad 7. Vt 20. ad 11. Vt 30. ad 16. siue vt 15. ad 8.

Item inueniet fore triangulum AIBC, ad dictum trilineum

lineum vt 6. ad 5. Vt 10. ad 9. Vt 15. ad 14.

Et per conuersionem rationis, fore ad sui excessum supra trilineum, vt 6. 10. 15. ad 1. Etc.

SCHOLIVM II.

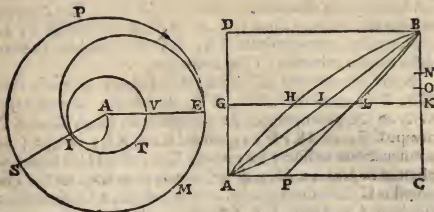
Patet autem ex nostro *lib 5. de Inf. parab.* non modo in infinitis parabolis principalibus posse assignari mensuras talium trilineorum, sed in alijs quoque desumptis ex infinitis alijs ceterarum. Sed sufficiat assignasse duntaxat in principalibus.

PROPOSITIO IV.

Excessus circuli supra quodlibet spatium spirale primi generis est æqualis trilineo A L B C, prop. 3. orto ex tali semiparabola principali, cuius exponens æquetur exponenti potestatum accelerationis semidiametri per circumferentiam, & cuius basis æquetur circumferentiæ, diameter verò semidiametro circuli.

SEnsus hic est. Sit spiralis E I A, cum suo circulo semidiametri AE, vt ducta vbilibet A I S, secante spiralem in I, sit circumferentia E P S M E, ad circumferentiam E P S, vt quælibet potestas temporis, ad similem potestatem temporis motuum A E, per ipsas; & esto rectangulum D C, cum semiparabola seriei principalis A H B C. cuius axis A C, basis B C; & ducta A B, esto pariter trilineum A L B C, vt ducta G K, vbilibet parallela A C, sic vt G K, ad K H, sic I K, ad K L; semiparabola autem talis sit naturæ, vt si rationes circunferentiarum sint vt quadrata temporum, ipsa sit quadratica; si vt cubi, cubica; &c. insuper A C, supponatur æqualis circumferentiæ E P S M E, & C B. ipsi E A. Dico trilineum A L B C, æquari excessui circuli supra spatium spirale A E I A.

Sumpto



Sumpto enim in ſpirali quolibet puncto I, ducatur AIS & centro A, interuallo AI, deſcribatur circulus; factaque in trilineo BK, æquali AI, ducatur KG, parallela AC, Quoniam motus puncti E, verſus A, eſt æquabilis, erit vt AE, ad EV, vel SI, ſic tempus per AE, ad tempus per EV, vel SI. Et vt quælibet poteſtas temporis per AE, ad ſimilem poteſtatem temporis per SI, ſic ſimilis poteſtas AE, vel AS, ad ſimilem poteſtatem SI. Sed circumferentia EPSME, eſt ad circumferentiam EPS, vt poteſtas temporis ad poteſtatem temporis; ergo & vt circumferentia ad circumferentiam, ſic ſimilis poteſtas AS, ad ſimilem poteſtatem SI. V. G. in prima ſpirali, erit circumferentia EPSME, ad EPS, vt quadratum AS, ad quadratum SI. In ſecunda, vt cubus, ad cubum. Etc. Ergo & per conuerſionem rationis, erit EPSME, ad SME, vt poteſtas SA, ſiue AE, ad ſui exceſſum ſupra ſimilem poteſtatem SI, ſiue EV.

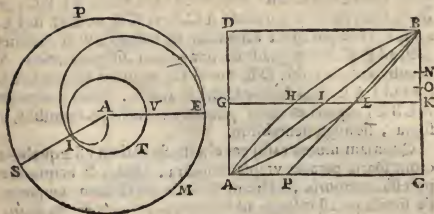
Tunc. Ratio EPSME, ad VTI, componitur ex rationibus ipſius ad VITV; nempe EA, ad AV, & VITV, ad ITV; ſeu EPSME, ad SME; nempe ex dictis, poteſtatis EA, congruentis, ad differentiam inter ſimiles poteſtates EA, EV. Ergo ratio EPSME, ad ITV, compoſita

erit ex rationibus E A, ad A V, & congruentis poteſtatis EA, ad differentiam ſimilium poteſtatum E A, E V. V. G. in prima ſpirali, ex rationibus E A, ad A V, & quadrati E A, ad differentiam inter quadrata E A, E V. In ſecunda, cubi ad differentiam cuborum. Quæ ſeruentur.

Nunc deueniamus ad trilineum A L B C; in quo, cum CB, BK, æquentur, E A, A V, in ſpirali; & cum ratio GK, ad K L, componatur ex ratione G K, ſeu A C, ad K I; nempe C B, ad B K, & ex ratione I K, ad K L; nempe (ex conſtructione trilinei) ex ratione G K, ad KH: & cum (vt elicitur *ex prop. 22. lib. p. de Inf. parab.* ſit vt GK, ad KH, ſic poteſtas C B, eiuſdem gradus cum parabola, ad differentiam ſimilium poteſtatum C B, CK; nempe in quadratica, vt quadratum C B, ad differentiam quadratorum C B, C K; in cubica, vt cubus ad differentiam cuborum. Erit etiam ratio A C, ad L K, compoſita ex rationibus C B, ad B K, & poteſtatis C B, ad differentiam poteſtatem C B, C K. Cum ergo rationes circumferentiæ E P S M E, ad I T V, in ſpirali, & A C, ad K L, in trilineo componantur ex iiſdem proportionibus (quia E A, A V, in ſpirali, & C B, B K, in trilineo ſunt æquales.) Erit etiam vt E P S M E, ad I T V, ſic A C, ad L K. Et permutando. Sed E P S M E, ſupponitur æqualis A C; ergo V T I, etiam æqualis L K. Quumque hoc ſemper accidat; erit quoque exceſſus circuli ſupra ſpatium ſpirale æqualis trilineo A L B C. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum verò etiam triangulum A I B C, æquetur toti circulo, erit circulus ad illum exceſſum, vt triangulum ad trilineum. Sed *ex corollario prop. ant.* eſt triangulum ad trilineum vt rectanguli dimidium ſub numero vnitate aucto, & ſub numero binario aucto, ad dimidium rectanguli ſub numero, & ſub numero ternario aucto; ergo etiam in ſpirali, erit circulus ad illum exceſſum, in præfacta ratione; nimirum, vt dimidium rectanguli ſub numero exponentis temporis



poris, ſecundum quod fit acceleratio motus ſemidiametri per circumferentiam vnitate aucti, & ſub eodem numero binario aucto, ad dimidium rectanguli ſub tali numero exponentis, & ſub numero ternario aucto.

In numeris ergo erit circulus ad primum exceſſum vt 6. ad 5. In ſecundo vt 10. ad 9. In tertio vt 15. ad 14. Etc.

Per conuerſionem ergo rationis, erit circulus ad primum ſpatium ſpirale vt 6. 10. 15. &c. ad vnitatem.

PROPOSITIO V.

Exceſſus circuli ſupra quodlibet ſpatium ſpirale ſecundi generis, æquatur trilineo A L B C, prop. 2. orto ex tali ſemiparabola principali, cuius exponens æquetur exponenti poteſtatum accelerationis puncti per ſemidiametrum, cuius baſis æquatur circumferentiæ, diameter ſemidiametro circuli.

ETiam in hac talis eſt ſenſus: ſit ſpiralis cum omnibus vt ſupra, ſed vt ſit A E, ad E V, ſeu A S, ad S I, vt poteſtas temporis per E A, ad homogeneam poteſtatem temporis per E V. Item ſit rectangulum D C, cum ſemiparabola AHBD,

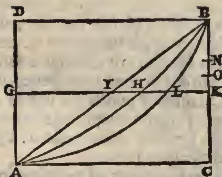
AHBD, cuius axis AD, basis DB, & sit hæc seriei principalis iuxta exigentiam; insuper esto trilineum ALBC, vt ducta GK, vbilibet parallela AC, sit vt GK, ad KH, sic IK, ad KL; semiparabola verò talis sit indolis, vt si rationes AE, ad EV, sint vt quadrata temporum, sit quadratica. Si vt cubi, cubica; &c. DE, siue AC, æquetur circumferentiæ radij AE, & DA, siue CB, ipsi radio. Dico trilineum ALBC, æquari excessui prædicto. Factis.n. omnibus, vt supra, sic augumentabitur.

Quoniam motus radij per circumferentiam est æquabilis, erunt spatia peracta vt ipsa tempora. Quare & vt quælibet potestas temporis, ad homogeneam potestatem temporis, sic similis potestas spatij ad homogeneam potestatem spatij. Erit ergo vt potestas temporis motus per totam circumferentiam, ad potestatem temporis per circumferentiam EPS, sic similis potestas totius circumferentiæ, ad similem potestatem EPS. Sed vt potestas temporis ad potestatem temporis, sic AE, ad EV, seu AS, ad SI. Ergo & vt potestas totius circumferentiæ ad similem potestatem EPS, sic AS, ad SI, seu AE, ad EV. Ergo per conuersionem rationis, vt EA, ad AV, sic potestas totius circumferentiæ radij EA, ad differentiam inter ipsam, & similem potestatem EPS.

Tunc. Ratio circumferentiæ radij EA, ad circumferentiam ITV, composita est ex proportione ipsius ad eam, radij AV; seu radij EA, ad AV; seu potestatis circumferentiæ radij EA, ad differentiam inter ipsam, & similem potestatem EPS, & ex ratione circumferentiæ radij AV, ad ITV; nempe circumferentiæ radij EA, ad SME.

Etiam nunc deueniamus ad trilineum, in quo ratio GK, ad KL, componitur ex ratione GK, ad KI, & huius ad KL. Vt GK, ad KI, sic CB, ad BK, nempè EA, ad AV, in spirali; nempe potestas circumferentiæ radij AE, ad differentiam inter ipsam, & similem EPS; & ex ratione IK, ad KL; nempe (ex natura trilinei) ex ratione GK, ad KH. Sed vt GK, ad KH, sic circumferentia radij EA, ad arcum SME, vt statim probabitur. Ergo ratio circumferentiæ radij AE, ad circumferentiam ITV, componitur ex ijsdem

pro-



proportionibus,ex quibus componitur ratio GK, ſeu AC, ad KL. Quare vt circumferentia radii EA, ad arcum ITV, ſic AC ad KL. Et permutando. Sed circumferentia radii EA, ſuppoſita fuit æqualis AC; ergo & KL, æqualis VTI. Quare facilè concludemus fore dictum exceſſum æqualem trilineo. Quod &c.

Quod vero aſſumptum eſt ſic probabitur. Cum enim ſint CB, EA; BK, AV; CK, EV æquales; erit vt AE, ad EV, ſic BC, ad CK. Sed vt AE, ad EV, ſic poteſtas circumferentiæ radij EA, ad poteſtatem EPS; & pariter vt in parabolà BC, ad CK, ſiue DA ad AG, ſic ſimilis poteſtas DB, ad ſimilem poteſtatem GH: erit etiam vt poteſtas circumferentiæ radij EA, ad ſimilem poteſtatem EPS, ſic ſimilis poteſtas DB, ad ſimilem poteſtatem GH. Et vt circumferentia ad circumferentiam, ita DB, ſeu GK, ad GH. Et per conuerſionem rationis, vt circumferentia radij EA, ad arcum SME, ſic GK, ſeu AC, ad KH.

SCHOLIVM I.

Sed etiam triangulum AIBC, æquatur toti circulo; vndè erit vt triangulum ad trilineum, ſic circulus ad exceſſum.

Sed

Sed *ex corollario prop.* 2. est triangulum ad trilineum vt dimidium rectanguli sub duplo numero vnitate aucto, & sub duplo numero binario aucto; nempe rectangulum sub duplo numero vnitate aucto, & sub numero vnitate aucto, ad rectangulum sub vnitate, & sub triplo numero vnitate aucto; etiam ergo in spirali, erit circulus ad illum excessum, vt rectangulum sub duplo numero exponentis potestatum temporis motus accelerati puncti E, versus A, aucto vnitate, & sub numero vnitate aucto, ad rectangulum sub vnitate, & sub triplo numero vnitate aucto. Quod idem erit cum triplo numero vnitate aucto.

In numeris ergo erit circulus ad excessum in prima spirali, vt 15. ad 7. In secunda, vt 28. ad 10. seu 14. ad 5. In tertia, vt 45. ad 13.

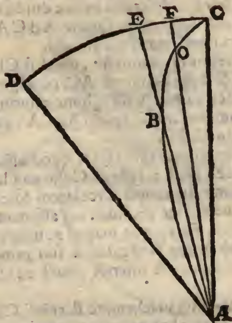
Et per conuersionem rationis erit circulus ad ipsum spirale spatium, vt 15. ad 8. Vt 28. ad 18. seu vt 14. ad 9. Vt 45. ad 32. Etc.

SCHOLIVM II.

Mensurauimus ergo bina noua genera infinitarum spiralium diuersissima ab iis, quas aliàs considerauimus; quæ, vt & illæ, redigi possunt ad infinitè infinitas. Sicuti namque in *prop.* 2. & 3. adhibuimus semiparabolas seriei principalis pro inuentione trilineorum A L B C, mensurationi ipsarum inseruientium, sic adhibentes alias infinitè infinitas semiparabolas, ex illis consurgerent infinitè infinita trilinea, quæ infinitè infinitis excessibus circulorum supra spatia spiralia ostenderentur æqualia. Quæ omnia lectori indicasse sufficiat.

SCHOLIVM III.

Quæ ostensa sunt de spiralibus in integris circulis descriptis verificantur quoque, iisdem omnimodè mediis, de spiralibus descriptis in circulorum sectoribus. Pro quo, esto sector quili-



quilibet ADC, & ſemidiameter AC, feratur per arcum CED, acceleratè, & C, per CA, æquabiliter; vel CA, per CD, æquabiliter, & C, per CA, acceleratè. Sic orientur bina ſpatia ſpiralia CBA, ad quæ ſector ADC, habebit proportiones ſupra expoſitas in integris circulis; & iſtorum menſurationi inſeruirent trilinea ſupra expoſita ALBC; ſed quorum AC, æquaretur circumferentiæ CED.

Huius generis eſſet linea illa, quæ deſcriberetur à graui naturaliter cadente verſus centrum telluris in falſa hypotheſi copernicana, vel ſemicopernicana, in plano æquatoris. Supponamus ergo A, fore centrum telluris, & AC, compoſitam ex ſua ſemidiametro, & ex altitudine aliqua perpendiculariter extante ſupra telluris ſuperficiem. Cogitemus, & falsò fingamus tellurem moueri in plano æquatoris diurno tantum motu. CA mouebitur æquabiliter per arcum CD; & graue C, per CA, ſecundum quod ſupponunt probare Ga-

C lilæus,

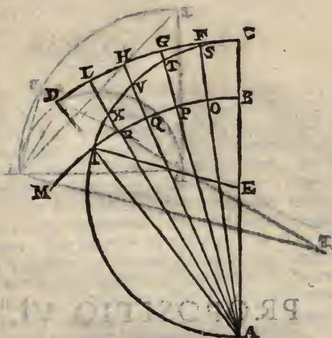
lilæus, ac Ricciolius, accelerate iuxta quadrata temporum. Si ergo intelligamus talem motum continuari vsque ad centrum A, & interim A C, feratur æquabiliter per quantitatem arcus CD, & spiralis descripta ex hoc duplici motu sit CBA, sector DAC, erit ad spatium spirale A B C A, iuxta nostras doctrinas supra explicatas, vt 15. ad 8.

Ex quibus sequitur manifestè, quod si CDA, foret quadrans circuli, & super diametro AC, conciperemus semicirculum ad easdem partes A B C, hunc casurum intra lineam ABC. Esset namque maior spatio ABCA; cum ipsius foret duplus quadrans ADC.

Ex quibus sequitur, falsum fore, quod asseritur à Clarissimis viris Galilæo Dial. 2. system. Cosm. pag. latinis 119. 120. asserente lineam talis motus circularem fore; & Ricciolio lib. 9. Almag. noui cap. 17. num. 14. affirmante intra semicirculum cadere, semperque magis, ac magis ad diametrum accedere, quò magis elongatur à suo principio. Cadit quippè semper extra; & ostendi potest ex iisdem assumptis à Ricciolio.

Supponamus enim in schemate Riccioli, CD, fore arcum quadrantis, & præter hoc, eadem, quæ supponit ipsemet, CF, esse arcum vnius gradus, & F S, 31. earundem partium, qualium CA, vel FA, est 200, 000. Quoniam punctum C, 6. horarum spatio conficeret C D, quadrantem, & graue pertingeret ad centrum A; & motus C, per CGD, est æquabilis; erit quadrans D C, horis 6. pertransitus ad arcum C F, vnius gradus horarijs 4. minutis excursum, vt tempus, ad tempus. Ergo quoque vt 8100. quadratum quadrantis DC, ad 1. quadratum arcus C F, sic quadratum temporis motus per C D, ad quadratum temporis motus per C F. Sed vt quadratum temporis per C D, ad quadratum temporis per C F, sic spatium C A, seu F A, ad spatium confectum 4. minutis. Ergo vt 8100. ad 1. sic spatium F A, ad aliud. Sed sic 200, 000. ad 24. $\frac{5600}{8100}$. Ergo tantum erit spatium pertransitum. Sed talium F S, supponitur 31. Ergo dictum spatium est minus F S. Cadit ergo dictum punctum supra. Sic probabitur de omnibus alijs. Ergo &c.

Hanc



Hanc eandem demonſtrationem attulimus paucis ab hinc menſibus in quodam libello italicè conſcripto, in quo conſiderabamus rationes quaſdam à Ricciolio excogitatas contra opinionem Copernici; ſed vel noſtra, vel Typographi incuria, vice 200,000, ſcribitur ibi 2,000, 000. Sed eſt res parui momenti, quam facilè lector animaduertes. Nec enim Ricciolius, cuius data aſſumpſimus, ſupponit FS, 31. 2,000, 000, ſed 200,000. Si ergo operaberis cum 2, 000, 000, FS, euadet 310. & confectum ſpatium 240. cum fractione; & minus FS. Si autem acceperis 200,000; FS, erit 31. & ſpatium 24. &c. adhuc minus. Sed nè deinceps numeris aberretur, accipe Lector ſequentem demoſtrationem à profundo Geometra Iacobo Gregorio Scoto eleganter oſtenſam.

PROPOSITIO VI.

In Quadrante DEA, & semicirculo DCA, sit ducta vbilibet DCB; & sit in duplicata ratione arcus EBA, ad arcum AB, sic DB, ad BS. Punctum S, cadet supra C.

Fiat BF, dupla BD, & ducantur rectæ FA, AE, AC, AB. Quoniam anguli FCA, FAB, in semicirculis sunt recti; erunt FB, AB, BC, continuè proportionales. Et idcirco, vt quadratum FB, ad quadratum BA, sic FB, ad BC. Et antecedentium semisses. Vt ergo quadratum EA, ad quadratum AB, sic DB, ad BC. Cum verò maior sit ratio arcus EBA, ad arcum AB, quam chordæ EA, ad chordam AB, vt ostendunt quamplurimi, inter quos Copernicus, qui primus nobis occurrit, *lib.1. reuol. theor. 6.* & consequenter maior ratio duplicata arcus EBA, ad arcum BA; quam quadrati chordæ EA, ad quadratum chordæ BA; erit etiam ratio duplicata arcus ad arcum maior ratione DB, ad BC. Sed, ex suppoſito, DB, ad BS, est in duplicata ratione arcus ad arcum;

arcum ; ergo maior est ratio DB, ad BS, quam DB, ad BC. Minor est ergo BS, quam BC. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Quoniam meminimus præfatæ nostræ opellæ italicè conscriptæ, in qua considerauimus argumenta Ricciolij, opportunum iudicamus lectorem admonere de duplici errore à nobis commisso, ex eadem causa proueniente. Supposuimus namque velocitatem ad velocitatem, siue impetum ad impetum, fore vt spatium ad spatium. Quod æquidem ex Galilæi doctrinis est falsum. Nam hæc sunt in subduplicata ratione spatiorum. Cum namque velocitas ad velocitatem, siue impetus ad impetum, sit vt tempus ad tempus; & spatium ad spatium sit in duplicata ratione temporum; erit quoque spatium ad spatium in duplicata ratione velocitatis ad velocitatem, siue impetus ad impetum. Et consequenter velocitas ad velocitatem, siue impetus ad impetum, in subduplicata ratione spatij ad spatium.

Malè ergo diximus ibi in pag. 97. lin. vltima. *Così li empipiti in M, L, sono come IM, HL.*

Sic in pag. 123. falsò affirmauimus, quod si in BT, incipiendo à B, numeremus pedes 1059846. $\frac{1}{2}$. punctum ipsos terminans illud fore, in quo graue acceleratè motum tantam obtineret velocitatem, quantam dum immobile in B, mouebatur circulariter duntaxat. Nam numerus horum pedum erit tertius proportionalis horum, 23367708. & 1059846 $\frac{1}{2}$. nimirum proximè, saluo errore, 48069.

SCHOLIVM II.

Quamuis verò deinceps tradenda haud ad infinitas spirales supra expositas pertineant, nihilominus cum sint geometri-

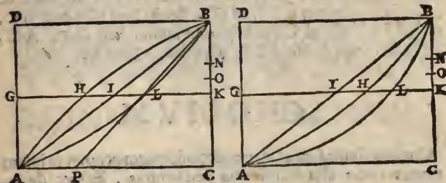
metrica, non putamus congruum ſub ſilentio ipſa relinquere. In primis ergo ad memoriam reuocetur, medijs trilineis ALBC, explicatis *in prop.* 2. *&* 3. obtentas fuiſſe menſuras ſpatiorum ſpiralium (trilineorum prius, ac eorundem reſiduorum ad parallelogrammum patefactis quadraturis.) Verum alia quoque ſymptomata circa ipſa manifeſtari poſſunt. Trilinea enim prædicta declarata fuere proportionaliter analoga cum trunco ALBCRQ, cylindrici exiſtentis ſuper AHBC. Vndè centra æquilibrij ipſorum ſecundum BC, appenſorum, æquè ſecabunt BC. Sed in qua ratione ſecetur BC, à centro æquilibrij prædicti trunci in primo ſchemate, traditum fuit *in part.* 2. *Miſcell. noſtri Geometr. prop.* 2. *ſchol.* 3. in ſecundo verò ſchemate *in ſcholio* 2. Quare & centra prædictorum trilineorum ALBC, ſecundum BC appenſorum non latebunt.

Ex quibus licebit quoque colligere in eadem BC, centra, æquilibrii reſiduorum ALBD, ad parallelogramma. Quibus habitis, paruo labore aſſequemur rationes cylindrorum ex DC, ad ſolida ex ipſis reuolutis tam circa DB, quam AC. Vnde patebunt quoque rationes cylindrorum ad inuicem, & cubationes truncorum cylindricorum ſuper ipſis exiſtentium diagonaliter reſectorum. Quæ tetigiſſe ſufficiat.

PROPOSITIO VII.

In ambobus ſchematibus erit AHBC, ad lunulam vt BC, ad interceptam inter C, & centrum æquilibrij AHBC, appenſæ ſecundum BC.

CVm enim ratio cylindri ex DC, circa AC, ad ſolidum ex AHBC, circa eandem ſit compoſita ex ratione DC, ad AHBC, & ex ratione dimidiæ BC, ad dictam interceptam, quæ ſit CK, *ex lib.* 3. *de Inf. parab. prop.* 3. nempe, *ex ſchol. p. eiuſdem,*



eiusdem, ex rationibus dimidii DC, ad AHBC, & BC, ad CK; ratio dupli cylindri ad solidum; seu ex prop.p. DC, ad lunulam componetur ex rationibus DC, ad AHBC, & BC, ad CK. Sed quoque ratio DC, ad lunulam componitur ex rationibus DC, ad AHBC, & huius ad lunulam; ergo ablata hinc inde eadem ratione DC, ad AHBC, remanebunt æquales rationes AHBC, ad lunulam, & BC, ad CK. Quod &c.

COROLLARVIM.

Per conuersionem ergo rationis, erit AHBC, ad trilineum vt CB, ad BK. Et diuidendo, lunula ad trilineum, vt CK, ad KB.

PROPOSITIO VIII.

In ambobus schematibus si ducantur B P, secans curuam BLA, vbilibet in L, & GHLK, parallela AC: semper CP, HK, sunt aquales.

HOc verificatur in ambobus ſchematibus, vt applicanti demoſtrationem patebit, licet cælator non duxerit BLP, niſi in prima figura. Cum enim ſit vt GK, ad KH, ſic IK, ad KL; & cum vt IK, ad KL, ſic AC, ad CP; erit GK, ad KH, vt AC, ad CP. Et permutando. Sed GK, AC, æquales; ergo & HK, PI, æquales. Quod &c.

SCHOLIVM.

Conſtruximus ſupradictam propoſitionem propter ſe ipſam tantum; licet alia ex ipſa non deducamus. Et hæc de infinitis ſpiralibus; licet harum doctrina ad plura prorogari poſſit.



DE



DE INFINITIS HYPERBOLIS, & alijs Geometricis.

IN calce lib. 5. quem *De Infin. Parab.* nominauimus, quædam infinita solida considerauimus *Conoidea Hyperbolica appellitata*, quorum tùm mensuras, tùm grauitatis centra assignata fuere. Talis verò ipsorum extabat natura; vt in schemate ibidem apposito, infràque repetito, vt quadratum AD, ad quadratum RH (existentibus AD, RH, quibuslibet ordinatim ad diametrum BD, applicatis) ità foret differentia quarumlibet potestatum similium DF, FB, ad differentiam similium, & homogenearum potestatum HF, FB (existente FB, semidiametro transuersa.) Modò infinita conoidea Hyperbolica alterius generis consideranda veniunt; in quibus sit vt rectangulum FDB, ad rectangulum FHB (existente FB, diametro transuersa) sic quælibet potestas AD, ad similem potestatem RH. Si ergo sit in ratione dictorum rectangulorum AD, ad RH; ABC, erit prima Hyperbola, siuè linearis. Si quadratum ad quadratum; secunda, siue quadratica. Si cubus ad cubum; tertia, & cubica. Et sic in altioribus potestatibus. Atquì non modò considerare libet expositas hyperbolas infinitas, in quibus ratio potestatis AD, ad potestatem RH, sit vtcunque multiplicata proportionis AD, ad RH; verum etiam, in quibus proportiones potestatum AD, RH, sint ad simplicem proportionem AD, ad RH, in quacunque pro-

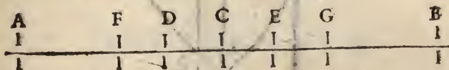


portione. Nempè, vt non modò ratio poteſtatum AD, RH, ſit duplicata, triplicata, quadruplicata proportionis ſimplicis AD, ad RH; ſed etiam ſeſquialtera, ſeſquitertia, &c. dupla, tripla ſeſquialtera, ſeſquitertia, &c. Nihilominus exemplificando, conſiderabimus eas poteſtatum integrarum. Lector quippè aſſuetus noſtris operibus, nullo negotio àgnoſcet quo pacto doctrinæ quædam inferiùs tradendæ verificentur de omnibus. In primis autem menſurabimus annulos quosdam latos ex ipſis genitos. Sed prius vniuerſaliùs proponemus, & probabimus *prop. 25. miſcell. hyperbo.* anteque omnia 24, apprimè neceſſariam ex eodem tranſcribemus.

PRO-

PROPOSITIO I.

Si recta AB, secetur in C, bifariam, & in D, E, æquè remotè à C, eodemque modo in F, G. Rectangulum AGB, erit excessus rectanguli AEB, supra rectangulum FEG.

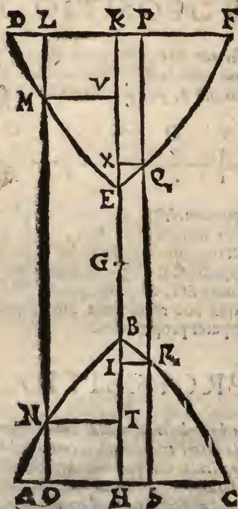


Nam rectangulum AEB, diuiditur in rectangula AEG, & AE, GB. Pariter rectangulum AEG, diuiditur in rectangula FEG, & in rectangulum AF, EG; seù BGE, quia AF, ex hypothesi, est æqualis GB. Ergo excessus rectanguli AEB, supra rectangulum FEG, est rectangulum AE, GB, cum rectangulo EGB; quæ duo rectangula sunt æqualia rectangulo AGB. Quare patet propositum.

PROPOSITIO. II.

Si in oppositis hyperbolis similibus cuiuscunque gradus ducantur parallelæ lateri transuerso, occurrentes æqualibus ad diametrum applicatis in ambabus hyperbolis: rectangula sub partibus ipsarum resectarum, ab eadem curua hyperbolæ, erunt ad inuicem, vt differentiæ potestatum dimidiæ basis, & interceptarum inter ipsas, & diametrum.

ABC, DEF, sint oppositæ hyperbolæ cuiuscunque gradus, quarum latus transuersum EB; DF, AC, sint æquales ordinatim applicatæ ad diametros æquales HB, EK; & sint ductæ LO, PS, KH, parallelæ. Dico rectangulum LNO, esse ad rectangulum PRS, vt differentia potestatum AH. HO, congruentium hyperbolis, ad similem differentiam potestatum CH, HS. Applicentur ordinatim MV, NT, QX, RI, vt



in ſchemate. Quoniam, ex hipotheſi, rectangulum EHB ſiuè KBH, eſt ad rectangulum ETB, ſiuè VBT, vt poteſtas AH, congruens hyperbolæ, ad ſimilem poteſtatem NT, ſiuè OH; ergo per conuerſionem rationis, erit rectangulum KBH, ad rectangulum KTH, exceſſum ipſius ſupra rectangulum VBT, *ex prop. ant.* vt poteſtas AH, ad ſui exceſſum ſupra ſimilem poteſtatem HO. Conuertendoque, rectangu-

lum

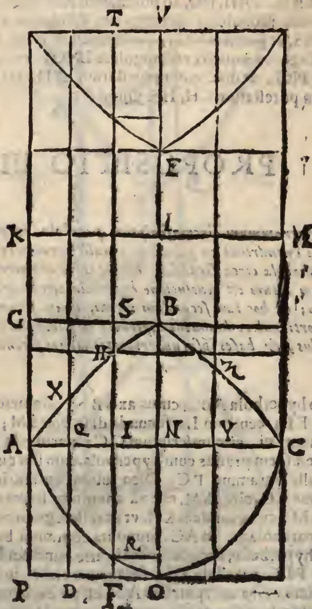
lum KTH, siuè LNO, erit ad rectangulum KBH, vt differentia potestatum AH, HO, ad potestatem AH, siuè HC. Eodemque modo probabitur rectangulum KBH, fore ad rectangulum PRS, vt potestas HC, ad differentiam ipsius, & potestatis HS. Ergo ex æquali, rectangulum LNO, erit ad rectangulum PRS, vt differentia potestatum AH, HO, ad differentiam potestatum CH, HS. Quod &c.

PROPOSITIO III.

Parallelogrammum circumscriptum parabolæ, est ad ipsam, vt tubus cylindricus ex gyratione parallelogrammi circumscripti hyperbolæ circa secundam coniugatam diametrum, ad annulum latum ex reuolutione hyperbolæ circa eandem diametrum; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales: dummodò hyperbola & parabola sint eiusdem gradus, & bases ipsarum proportionaliter secentur.

ESto hyperbola ABC, cuius axis BN; diameter transuersa EB; centrum L; secunda diameter KM; parallelogrammum ei circumscriptum GC: pariter sit parabola AOC, eiusdem gradus cum hyperbola, cum sibi circumscripto parallelogrammo PC. Dico tubum cylindricum ex reuolutione CG, circa KM, esse ad annulum latum ex reuolutione ABC, circa eandem KM, vt parallelogrammum PC, ad AOC, parabolam. In AC, supposita communi basi parabolæ, & hyperbolæ, accipiatur arbitrariè punctum I, per quod agatur FIT, parallela OB, secans omnia vt in schemate. Quoniam *ex prop. ant.* potestas AN, est ad excessum ipsius supra similem potestatem NI, vt rectangulum VBN, ad rectangulum THI; & vt rectangulum ad rectangulum, sic armilla circularis ex NB, circa KM, ad armillam circularem ex IH circa eandem: & vt potestas AN, ad sui excessum supra simi-

lem



lem poteſtatem IN, ſic NO, in parabola ad RI, *ex prop.* 22. *lib. p. de inf. parab.* Ergo vt armilla ex NB, ſeu SI, circa KM, ad armillam ex HI, ſic NO, ſeu IF, ad IR. Et ſic ſemper. Ergo

Ergo vt omnes armillæ ad omnes armillas; nempè vt tubus ex parallelogrammo, ad annulum ex hyperbola, sic parallelogrammum ad parabolam; vt lector proprio marte concludere poterit, sequendo vestigia *prop. 26. nostri miscell. hyperb.* Ergo &c. Quod &c.

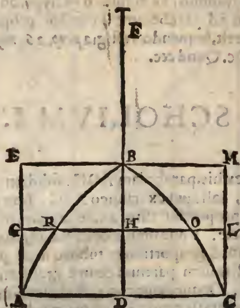
SCHOLIVM I.

Sequitur ex his, parabolam AQC, solidum ex ABC; trilineum APO, solidum ex trilineo ABG, fore bina, & bina quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam grauitate. Vnde omnia deducta *in scholijs prop. 26, citata* tam quoad proportiones tuborum ad partes annuli, quam quoad talium partium centra grauitatis, poterunt, vt ibidem, elici. Deducemus ergo, & obtinebimus tùm mensuras, tùm grauitatis centra infinitorum solidorum; vt in præfatis scholiis.

SCHOLIVM II.

Porrò quispiam secum reputans infinita conoidea hyperbolica considerata *in lib.* 5. mensurata fore; nec non ex præsentibus mensurari secundum, quod est ordinarium; facilè in eam ruet sententiam, omnia hæc nimirum mensurari posse. Ast valdè decipietur. Vel si hoc obtinuerit, hyperbolæ ordinariæ quadratura ipsum haud latebit. Quod sic ostendimus. In schemate sequenti, ABD, sit semihyperbola quadratoquadratica, in qua nimirum sit vt rectangulum FDB, ad rectangulum FHB, sic quadratoquadratum AD, ad quadratoquadratum RH; DBC, autem sit semihyperbola quadratica, vt in eadem ratione rectangulorum sit quadratum DC, ad quadratum HO. Ergo erit etiam

vt



vt quadratoquadratum AD, ad ſimile RH, ſic quadratum DC, ad quadratum HO. Et ſubduplicando proportiones, erit quadratum AD, ſiuè GH, ad quadratum HR, ſic LH, ad HO. Ex quibus facilè concludemus, fore vt cylindrus ex ED, circa BD, ad conoides ex ABD, ſic parallelogrammum BC, ad ſemihyperbolam DBC. Quare daretur quadratura ſemihyperbolæ ordinariæ. Idcircò valdè ſuſpicor omnia hæc ſolida menſurabilia haud fore noſtris viribus.

SCHOLIVM III.

Prima hyperbola, quam linearem diximus, aliud non eſt quam ſegmentum trilinei parabolici quadratici reſecti linea diametro parallela, vt facilè patebit perluſtranti *prop.* 15. &

16. & 17. par. p. miscell. nostri Geom. nec non *prop. 19. lib. 5. de Infin. parab.* Quare cum *in schol. 1. & 2. prop. 15. lib. 3. de Infin. parab.* tradita sit ratio cylindri circumscripti ad solidum ortum ex rotatione ipsius circa suum axim; nec non *ex prop. 37.* reperiatur eiusdem centrum grauitatis; habebimus quoque quadraturam, & centrum æquilibrii alterius nouæ figuræ nunc explicandæ.

Supponamus DBC, fore semihyperbolem linearem, cum reliquis (licet schema non exprimat, quia conuexitas BOC, debet esse interior;) ABD, verò talis sit figura, vt semper AD, sit ad RH, in duplicata ratione rectanguli FDB, ad rectangulum FHB, siue vt quadratum DC, ad quadratum OH.

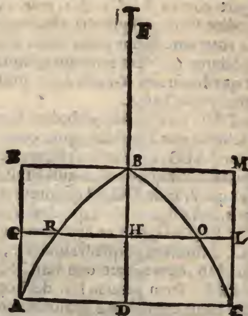
Dico in primis, dictæ figuræ dari quadraturam. Erit autem rectangulum ED, ad ipsam, vt cylindrus ex BC, ad conoides ex DBC. Nimirum vt quadratum DF, ad quintam partem quadrati DB, cum triente quadrati BF, & cum dimidio rectanguli DBF. Item patet in DB, dari centrum æquilibrii, quod erit idem cum centro grauitatis conoidis.

Ex quibus dabitur ratio cylindri ex ED, ad solida ex semifigura, siue circa AD, siue circa EB. Quare nec ratio ipsorum solidorum ad inuicem ignorabitur.

SCHOLIVM. IV.

Nec videtur omittendum indicare, qualiter ex dictis, facilè habeamus & rationem omnium quadratoquadratorum rectanguli circumscripti hyperbolæ quadraticæ, ad omnia quadratoquadrata ipsius; & omnium potestatum in aliis, quarum exponentes sint dupli potestatum ipsarum. Sensus noster hic est.

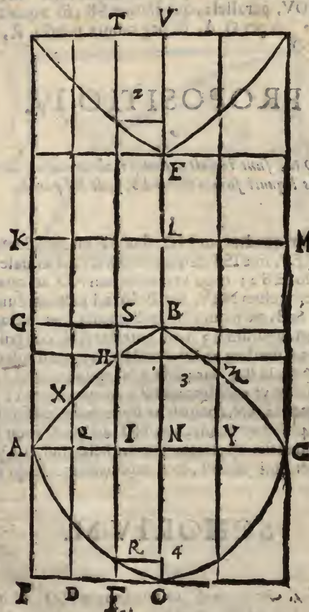
ABD, sit semihyperbola linearis, DBC, sit quadratica, vt sit sicuti AD, ad RH, sic DC, quadratum ad HO, quadratum. Vndè concludetur, vt omnes lineas ED, ad omnes lineas ABD, sic omnia quadrata BC, ad omnia quadrata DBC. Cum ergo etiam sit vt quadratum AD, ad quadratum RH, sic biquadratum DC, ad biquadratum HO; facilè elicere



poterimus, vt omnia quadrata ED, ad omnia quadrata ABD, ſic omnia biquadrata BC, ad omnia biquadrata DBC. Quum ergo detur ratio omnium quadratorum ED, ad omnia quadrata ABD; quæ eſt eadem cum ratione cylindri ad conoides; dabitur ratio biquadratorum BC, ad biquadrata DBC. Sic ſi DBC, ſit ſemihyperbola cubica, patebit eodem modo dari rationem omnium cubocuborum BC, ad omnes cubocubos DBC, Et ſic in alijs.

SCHOLIVM V.

Porrò ulteriùs procedentes conſideremus infinitas hyperbolas initio expoſitas, ſiue ſemihyperbolas ABN, quæ intelligantur rotari circa ſecundam coniugatam diametrum KM. Iam *in prop. 3.* aſſignauimus rationem tubi cylindrici ex rectangulo GN, circa GB, tam ad annulum ex trilineo GAB, quam ad annulum ex ſemihyperbola ABN. Collegimus



mus enim has proportiones ex iis, quas habet rectangulum PN, ad trilineum APO, & ad semiparabolam AON, eiusdem gradus cum hyperbola. Nunc cogitemus rectangulum PN,

cuius latus NO, sit media proportionalis inter NB, BV; & ducta FT, OV, parallela, quadratum FR, sit æquale rectangulo HS 2, & per O, A, & per omnia puncta R, transeat curua ARO.

PROPOSITIO IV.

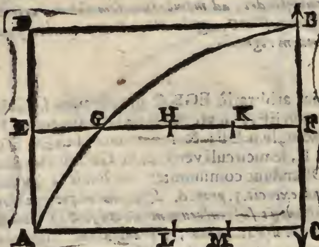
Figuræ AON, sunt infinitæ semiparabolæ vnius intermediæ, de quibus loquuti sumus initio lib. 5. de Inf. parab.

QVoniam quadratum NO, siue IF, est æquale rectangulo NBV, siue IST; & quadratum RF, est æquale rectangulo HS 2; ergo vt quadratum NO, ad quadratum FR, sic rectangulum NBV, seu ENB, ad rectangulum HS 2, siue E 3 B. Sed, ex natura hyperbolarum, vt rectangulum ENB, ad rectangulum E 3 B, sic potestas AN, congruens hyperbolæ, ad similem potestatem H 3; nempe similem potestatem R 4 (ducta R 4, parallela AN, quia æqualis IN, seu H 3.) Ergo & vt quadratum NO, ad quadratum FR, siue O 4, sic potestas AN, congruens hyperbolæ, ad similem potestatem R 4. Sed vt quadratum NO, ad quadratum O 4, sic potestas ordinatim applicatarum in dictis infinitis parabolis, vt experienti patebit, & vt explicabitur. Ergo &c.

SCHOLIVM.

Si hyperbola sit linearis, vt quadratum NO, ad quadratum O 4, sic AN, ad R 4. Sed sic in trilineo parabolico quadratico; ergo AON, est tale; nempe prima parabola illius seriei.

Si hyperbola sit secunda, est vt quadratum NO, ad quadratum



dratum O 4, sic quadratum A N, ad quadratum R 4. Ergo AON, triangulum, & secunda illius seriei. In tertia, vt quadratum NO, ad quadratum O 4, sic cubus AN, ad cubum R 4; vt in parabola intermedia inter triangulum, & parabolam quadraticam. Cum enim in ipsa sit NO, ad O 4, in sesquialtera proportione AN, ad R 4; erit quadratum NO, ad quadratum O 4, in triplicata proportione AN, ad R 4; nimirum vt cubus ad cubum. Et sic in aliis.

Amantissimus Præceptor noster Caualerius *in exercit. 4. schol. 4. ad prop.* 34. fatetur non constare sibi rationes omnium cuborum quadrati circumscripti quadranti circuli, ad omnes cubos ipsius quadrantis, illis verbis; *De ratione cuborum nihil mihi constat*. Constabit autem nobis, si sequentem vniuersalissimam Propositionem præmittamus.

PROPOSITIO V.

Sit rectangulum DC, cum qualibet semifigura ABC, quæ rotentur circa BC, & solida rotunda genita secentur plano transeunte

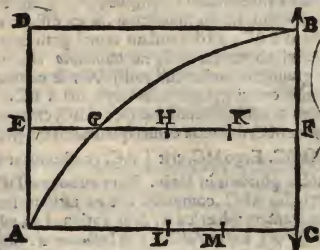
seunte per BC, erecto supra rectangulum DC, & semicylindrus ex DC, cum semisolido ex ABC, librentur ex BC. Momentum semicylindri, ad momentum semisolidi, erit vt omnes cubi rectanguli DC, regula AC, ad omnes cubos semifiguræ, iuxta eandem regulam.

DVcatur arbitrariè EGF, & intelligantur semicirculi radiorum EF, FG, erecti plano DC, appensi ex F, secundum horizontalem EF; & semicirculi radii EF, sit centrum grauitatis H, semicirculi verò radii GF, sit centrum grauitatis K. Ostendunt communiter Mechanici, quorum vnus Caualerius *exercit.5.prop.6. Quorumcunque grauium à quibuslibet distantijs suspensorum momenta fore in ratione composita ex ratione distantiarum, & grauitatum.* Ergo ratio momenti semicirculi radij EF, ad momentum semicirculi radii GF (si hi sint suspensi secundum sua centra grauitatis H,K) composita erit ex ratione grauitatis vnius ad grauitatem alterius; seu magnitudinis ad magnitudinem; nempe quadrati EF, ad quadratum FG; & ex ratione HF, ad FK. Sed vt HF, ad FK, sic EF, ad FG (quia HF, KF, sunt partes proportionales EF, FG, quia centra grauitatis in semicirculis sunt similiter posita.) Sed hæ duæ rationes componunt rationem cubi ad cubum. Ergo momenta hæc sunt vt dicti cubi. Et sic in omnibus. Ergo & momentum semicylindri ad momentum semisolidi, vt omnes cubi ad omnes cubos. Quod &c.

SCHOLIVM.

Qotiescunqne ergo habebimus rationem omnium cuborum rectanguli DC, ad omnes cubos semifiguræ ABC, necnon rationem cylindri ex DC, ad solidum ex ABC, circa BC, si hæc subtrahatur à priori, reliqua erit ratio distantiæ centri grauitatis semicylindri à recta BC, ad distantiam centri grauitatis sumisolidi ab eadem. Et si subtrahatur ratio

distan-



distantiarum centrorum, reliqua erit ratio solidorum. Cumque ex supposita quadratura circuli detur distantia centri grauitatis semicylindri, dabitur & reliqua. E contra si dantur rationes solidorum, & distantiarum, si hæ addantur simul, consurget ratio cuborum.

Quam vniuersalis ergo sit præsens propositio, & quot centra grauitatis medietatum solidorum circa axim liceat assignare in infinitis conoidibus, & infinitis aliis solidis, videat lector; nos enim breuitati consulentes, circa hoc non immoramur. Solum ex hac eliciemus sequentem notitiam Caualerio incognitam.

PROPOSITIO VI.

Omnes cubi rectanguli sunt ad omnes cubos quadrantis circuli sumptos, vt dictum est, vt rectangulum ad $\frac{3}{4}$ *quadrantis.*

EX *prop. ant.* omnes cubi DC, sunt ad omnes cubos quadrantis ABC, vt momentum semicylindri ex DC, circa BC,

BC, ad momentum quadrantis ſphæræ ex ABC, circa BC. Ratio momenti ad momentum componitur ex ratione ſemicylindri ad quadrantem ſphericum, & ex diſtantia eius centri grauitatis à BC, ad diſtantiam centri grauitatis quadrantis ſphærici ab eadem BC, *ex Caualerio citato*. Sit L, centrum grauitatis ſemicirculi radij AC; & conſequenter LC, diſtantia centri grauitatis ſemicylindri à BC. Item ſit M, centrum grauitatis hemiſphærij ex ABC, circa AC; & conſequenter MC, diſtantia centri quadrantis ſphærici circa BC, ab ipſa BC. Ergo MC, erit $\frac{3}{8}$ AC, vt oſtenditur à plurimis, & à nobis pluribus in locis. Ergo cuborum DC, ratio ad cubos ipſius ABC, compoſita erit ex ratione ſemicylindri ad quadrantem ſphæricum, & ex ratione LC, ad MC. Cum verò *ex prop. 3. vniuerſali lib. 3. de Infin. parab.* ratio cylindri ad hemisphærium, & conſequenter ſemicylindri ad quadrantem, ſit compoſita ex rationibus DC, ad ABC, & dimidiæ AC, ad LC: ergo ratio cuborum DC, ad cubos ABC, compoſita erit ex rationibus DC, ad ABC; $\frac{1}{2}$ AC; ad LC; & LC, ad MC. Quæ duæ vltimæ cum faciant rationem $\frac{1}{2}$ AC, ad MC; ergo cubi ad cubos erunt in ratione compoſita DC, ad ABC, & $\frac{1}{2}$ AC, ad MC. Nimirum erunt vt factum ſub DC, in $\frac{1}{2}$ AC, ad factum ſub ABC, in MC. Nimirum vt factũ ſub $\frac{4}{3}$ DC, in MC, æquale ſub DC, & ſub $\frac{1}{2}$ AC, ad idem factum ſub ABC, & ſub MC. Nimirum vt $\frac{4}{3}$ DC, ad ABC. Nimirum vt DC, ad $\frac{3}{4}$ ABC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Omnes ergo cubi DC, ad omnes cubos ABC, erunt proximè vt 14, ad 8 $\frac{1}{4}$.

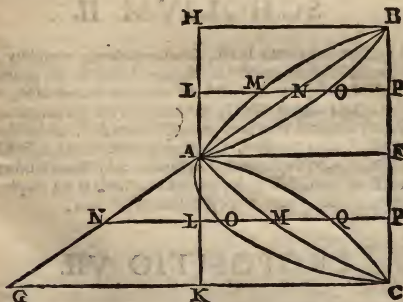
Sed ſi AGBC, eſſet quadrans ellipſis, quia hic proportionaliter analogus cum quadrante circuli; daretur ratio cuborum, vt de circulo explicatum eſt.

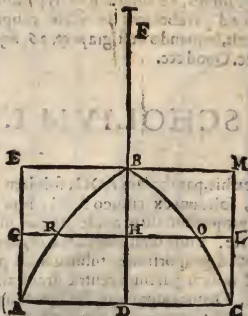
PRO.

PROPOSITIO VI.

Sit BMAMC, qualibet figura circa diametrum AF, sitque HC, paralellogrammum ei circumscriptum; BAGC, verò sit triangulum, & ducta LP, vbilibet parallela AF, sit semper vt LP, ad PM, sic NP, ad PO, & per omnia puncta O, transeat curua BOAOC. Erit figura BOAOC, aequalis ipsi BMAMC.

LP, sint ductæ æquè remotæ ab F, parallelæ AF. Quoniam triangula HAB, GAK, sunt æqualia in omnibus, & per omnia; & duæ AL, hinc indè sunt æquales; ergo & LN, hic inde erunt æquales. Quare additis ipsis NP, versus B, & LP, versus C; duæ LP, erunt æquales duabus NP. Cum verò sit vt LP, ad PM, sic NP, ad PO; erunt & vt duæ LP, ad duas MP, sic duæ NP, ad duas PO. Et permutando. Sed duæ LP, sunt æquales duabus NP; ergo & duæ MP, erunt





vt quadratoquadratum AD, ad ſimile RH, ſic quadratum DC, ad quadratum HO. Et ſubduplicando proportiones, erit quadratum AD, ſiuè GH, ad quadratum HR, ſic LH, ad HO. Ex quibus facilè concludemus, fore vt cylindrus ex ED, circa BD, ad conoides ex ABD, ſic parallelogrammum BC, ad ſemihyperbolam DBC. Quare daretur quadratura ſemihyperbolæ ordinariæ. Idcircò valdè ſuſpicor omnia hæc ſolida menſurabilia haud fore noſtris viribus.

SCHOLIVM III.

Prima hyperbola, quam linearem diximus, aliud non eſt quam ſegmentum trilinei parabolici quadratici reſecti linea diametro parallela, vt facilè patebit perluſtranti *prop.*

15.&

16. & 17. par. p. miscell. nostri Geom. nec non *prop. 19. lib. 5. de Infin. parab.* Quare cum *in schol. 1. & 2. prop. 15. lib. 3. de Infin. parab.* tradita sit ratio cylindri circumscripti ad solidum ortum ex rotatione ipsius circa suum axim; nec non *ex prop. 37.* reperiatur eiusdem centrum grauitatis; habebimus quoque quadraturam, & centrum æquilibrii alterius nouæ figuræ nunc explicandæ.

Supponamus DBC, fore semihyperbolem linearem, cum reliquis (licet schema non exprimat, quia conuexitas BOC, debet esse interior;) ABD, verò talis sit figura, vt semper AD, sit ad RH, in duplicata ratione rectanguli FDB, ad rectangulum FHB, siue vt quadratum DC, ad quadratum OH.

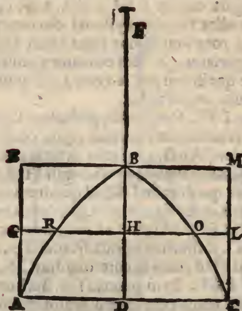
Dico in primis, dictæ figuræ dari quadraturam. Erit autem rectangulum ED, ad ipsam, vt cylindrus ex BC, ad conoides ex DBC. Nimirum vt quadratum DF, ad quintam partem quadrati DB, cum triente quadrati BF, & cum dimidio rectanguli DBF. Item patet in DB, dari centrum æquilibrii, quod erit idem cum centro grauitatis conoidis.

Ex quibus dabitur ratio cylindri ex ED, ad solida ex semifigura, siue circa AD, siue circa EB. Quare nec ratio ipsorum solidorum ad inuicem ignorabitur.

SCHOLIVM. IV.

Nec videtur omittendum indicare, qualiter ex dictis, facilè habeamus & rationem omnium quadratoquadratorum rectanguli circumscripti hyperbolæ quadraticę, ad omnia quadratoquadrata ipsius; & omnium potestatum in aliis, quarum exponentes sint dupli potestatum ipsarum. Sensus noster hic est.

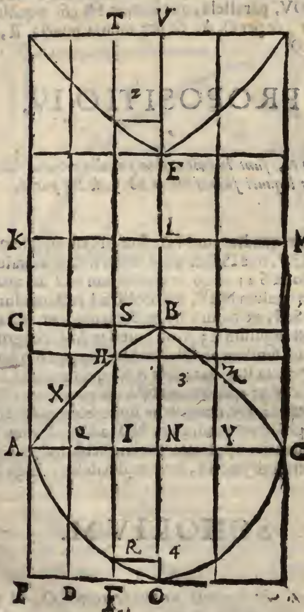
ABD, sit semihyperbola linearis, DBC, sit quadratica, vt sit sicuti AD, ad RH, sic DC, quadratum ad HO, quadratum. Vndè concludetur, vt omnes lineas ED, ad omnes lineas ABD, sic omnia quadrata BC, ad omnia quadrata DBC. Cum ergo etiam sit vt quadratum AD, ad quadratum RH, sic biquadratum DC, ad biquadratum HO; facilè eliceres



poterimus, vt omnia quadrata ED, ad omnia quadrata ABD, ſic omnia biquadrata BC, ad omnia biquadrata DBC. Quum ergo detur ratio omnium quadratorum ED, ad omnia quadrata ABD; quæ eſt eadem cum ratione cylindri ad conoides; dabitur ratio biquadratorum BC, ad biquadrata DBC. Sic ſi DBC, ſit ſemihyperbola cubica, patebit eodem modo dari rationem omnium cubocuborum BC, ad omnes cubocubos DBC. Et ſic in alijs.

SCHOLIVM V.

Porrò ulteriùs procedentes conſideremus infinitas hyperbolas initio expoſitas, ſiue ſemihyperbolas ABN, quæ intelligantur rotari circa ſecundam coniugatam diametrum KM. Iam *in prop. 3.* aſſignauimus rationem tubi cylindrici ex rectangulo GN, circa GB, tam ad annulum ex trilineo GAB, quam ad annulum ex ſemihyperbola ABN. Collegimus



mus enim has proportiones ex iis, quas habet rectangulum PN, ad trilineum APO, & ad semiparabolam AON, eiusdem gradus cum hyperbola. Nunc cogitemus rectangulum PN,

 cuius

cuius latus NO, sit media proportionalis inter NB, BV; & ducta FT, OV, parallela, quadratum FR, sit æquale rectangulo HS2, & per O, A, & per omnia puncta R, transeat curua ARO.

PROPOSITIO IV.

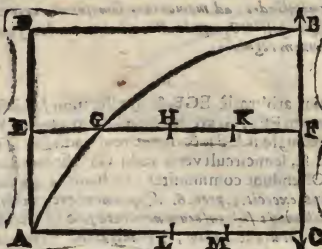
Figura AON, sunt infinitæ semiparabolæ vnius intermediæ, de quibus loquuti sumus initio lib. 5. de Inf. parab.

QVoniam quadratum NO, siue IF, est æquale rectangulo NBV, siue IST; & quadratum RF, est æquale rectangulo HS2; ergo vt quadratum NO, ad quadratum FR, sic rectangulum NBV, seu ENB, ad rectangulum HS2, siue E3B. Sed, ex natura hyperbolarum, vt rectangulum ENB, ad rectangulum E3B, sic potestas AN, congruens hyperbolæ, ad similem potestatem H3; nempe similem potestatem R4 (ducta R4, parallela AN, quia æqualis IN, seu H3.) Ergo & vt quadratum NO, ad quadratum FR, siue O4, sic potestas AN, congruens hyperbolæ, ad similem potestatem R4. Sed vt quadratum NO, ad quadratum O4, sic potestas ordinatim applicatarum in dictis infinitis parabolis, vt experienti patebit, & vt explicabitur. Ergo &c.

SCHOLIVM.

Si hyperbola sit linearis, vt quadratum NO, ad quadratum O4, sic AN, ad R4. Sed sic in trilineo parabolico quadratico; ergo AON, est tale; nempe prima parabola illius seriei.

Si hyperbola sit secunda, est vt quadratum NO, ad quadratum



dratum O 4, sic quadratum A N, ad quadratum R 4. Ergo AON, triangulum, & secunda illius seriei. In tertia, vt quadratum NO, ad quadratum O 4, sic cubus AN, ad cubum R 4, vt in parabola intermedia inter triangulum, & parabolam quadraticam. Cum enim in ipsa sit NO, ad O 4, in sesquialtera proportione AN, ad R 4; erit quadratum NO, ad quadratum O 4, in triplicata proportione AN, ad R 4; nimirum vt cubus ad cubum. Et sic in aliis.

Amantissimus Præceptor noster Caualerius *in exercit. 4. schol. 4. ad prop. 34.* fatetur non constare sibi rationes omnium cuborum quadrati circumscripti quadranti circuli, ad omnes cubos ipsius quadrantis, illis verbis. *De ratione cuborum nihil mihi constat.* Constabit autem nobis, si sequentem vniuersalissimam Propositionem præmittamus.

PROPOSITIO V.

Sit rectangulum DC, cum qualibet semifigura ABC, quæ rotentur circa BC, & solida rotunda genita secentur plano transeunte

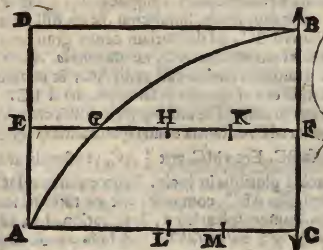
ſcunte per BC, erecto ſupra rectangulum DC, & ſemicylindrus ex DC, cum ſemiſolido ex ABC, librentur ex BC. Momentum ſemicylindri, ad momentum ſemiſolidi, erit vt omnes cubi rectanguli DC, regula AC, ad omnes cubos ſemifiguræ, iuxta eandem regulam.

DVcatur arbitrariè EGF, & intelligantur ſemicirculi radiorum EF, FG, erecti plano DC, appenſi ex F, ſecundum horizontalem EF; & ſemicirculi radii EF, ſit centrum grauitatis H, ſemicirculi verò radii GF, ſit centrum grauitatis K. Oſtendunt communiter Mechanici, quorum vnus Caualerius *exercit.5. prop. 6. Quorumcunque grauium à quibuslibet diſtantijs ſuſpenſorum momenta fore in ratione compoſita ex ratione diſtantiarum, & grauitatum*. Ergo ratio momenti ſemicirculi radij EF, ad momentum ſemicirculi radii GF (ſi hi ſint ſuſpenſi ſecundum ſua centra grauitatis H,K) compoſita erit ex ratione grauitatis vnius ad grauitatem alterius; ſeu magnitudinis ad magnitudinem; nempe quadrati EF, ad quadratum FG; & ex ratione HF, ad FK. Sed vt HF, ad FK, ſic EF, ad FG (quia HF, KF, ſunt partes proportionales EF,FG, quia centra grauitatis in ſemicirculis ſunt ſimiliter poſita.) Sed hæ duæ rationes componunt rationem cubi ad cubum. Ergo momenta hæc ſunt vt dicti cubi. Et ſic in omnibus. Ergo & momentum ſemicylindri ad momentum ſemiſolidi, vt omnes cubi ad omnes cubos. Quod &c.

SCHOLIVM.

Qotieſcunqne ergo habebimus rationem omnium cuborum rectanguli DC, ad omnes cubos ſemifiguræ ABC, necnon rationem cylindri ex DC, ad ſolidum ex ABC, circa BC, ſi hæc ſubtrahatur à priori, reliqua erit ratio diſtantiæ centri grauitatis ſemicylindri à recta BC, ad diſtantiam centri grauitatis ſumiſolidi ab eadem. Et ſi ſubtrahatur ratio

diſtan-



distantiarum centrorum, reliqua erit ratio solidorum. Cumque ex suppoſita quadratura circuli detur diſtantia centri grauitatis ſemicylindri, dabitur & reliqua. E contra ſi dantur rationes ſolidorum, & diſtantiarum, ſi hæ addantur ſimul, conſurget ratio cuborum.

Quam vniuerſalis ergo ſit præſens propoſitio, & quot centra grauitatis medietatum ſolidorum circa axim liceat aſſignare in infinitis conoidibus, & infinitis aliis ſolidis, videat lector; nos enim breuitati conſulentes, circa hoc non immoramur. Solum ex hac eliciemus ſequentem notitiam Caualerio incognitam.

PROPOSITIO VI.

Omnes cubi rectanguli ſunt ad omnes cubos quadrantis circuli ſumptos, vt dictum eſt, vt rectangulum ad $\frac{3}{4}$ quadrantis.

Ex *prop. ant.* omnes cubi DC, ſunt ad omnes cubos quadrantis ABC, vt momentum ſemicylindri ex DC, circa BC,

BC, ad momentum quadrantis ſphęræ ex ABC, circa BC. Ratio momenti ad momentum componitur ex ratiore ſemicylindri ad quadrantem ſphericum, & ex diſtantia eius centri grauitatis à BC, ad diſtantiam centri grauitatis quadrantis ſphærici ab eadem BC, *ex Caualerio citato*. Sit L, centrum grauitatis ſemicirculi radij AC; & conſequenter LC, diſtantia centri grauitatis ſemicylindri à BC. Item ſit M, centrum grauitatis hemiſphęrij ex ABC, circa A C; & conſequenter MC, diſtantia centri quadrantis ſphęrici circa BC, ab ipſa BC. Ergo MC, erit $\frac{3}{8}$ AC, vt oſtenditur à plurimis, & à nobis pluribus in locis. Ergo cuborum DC, ratio ad cubos ipſius ABC, compoſita erit ex ratione ſemicylindri ad quadrantem ſphæricum, & ex ratione LC, ad MC. Cum verò *ex prop.3. vniuerſali lib.3. de Infin. parab.* ratio cylindri ad hemiſphærium, & conſequenter ſemicylindri ad quadrantem, ſit compoſita ex rationibus DC, ad ABC, & dimidiæ AC, ad LC: ergo ratio cuborum DC, ad cubos ABC, compoſita erit ex rationibus DC, ad ABC; $\frac{1}{2}$ AC; ad LC; & LC, ad MC. Quæ duæ vltimæ cum faciant rationem $\frac{1}{2}$ AC, ad MC; ergo cubi ad cubos erunt in ratione compoſita DC, ad ABC, & $\frac{1}{2}$ AC, ad MC. Nimirum erunt vt factum ſub DC, in $\frac{1}{2}$ AC, ad factum ſub ABC, in MC. Nimirum vt factũ ſub $\frac{4}{3}$ DC, in MC, æquale ſub DC, & ſub $\frac{4}{3}$ AC, ad idem factum ſub ABC, & ſub MC. Nimirum vt $\frac{4}{3}$ DC, ad ABC. Nimirum vt DC, ad $\frac{3}{4}$ ABC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Omnes ergo cubi DC, ad omnes cubos ABC, erunt proximè vt 14, ad 8 $\frac{1}{4}$.

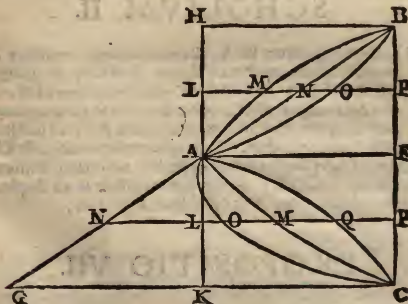
Sed ſi AGBC, eſſet quadrans ellipſis, quia hic proportionaliter analogus cum quadrante circuli; daretur ratio cuborum, vt de circulo explicatum eſt.

PRO.

PROPOSITIO VI.

Sit BMAMC, qualibet figura circa diametrum AF, sitque HC, paralellogrammum ei circumscriptum; BAGC, verò sit triangulum, & ducta LP, vbilibet parallela AF, sit semper vt LP, ad PM, sic NP, ad PO, & per omnia puncta O, transeat curua BOAOC. Erit figura BOAOC, æqualis ipsi BMAMC.

LP, sint ductæ æquè remotæ ab F, parallelæ AF. Quoniam triangula HAB, GAK, sunt æqualia in omnibus, & per omnia; & duæ AL, hinc indè sunt æqnales; ergo & LN, hic inde erunt æquales. Quare additis ipsis NP, versus B, & LP, versus C; duæ LP, erunt æquales duabus NP. Cum verò sit vt LP, ad PM, sic NP, ad PO; erunt & vt duæ LP, ad duas MP, sic duæ NP, ad duas PO. Et permutando. Sed duæ LP, sunt æquales duabus NP; ergo & duæ MP, erunt



æquales duabus OP. Et hoc ſemper; ergo & figuræ æquales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

In geneſi ergo huiuſce figuræ facilè cognoſcimus, lunulas BMAOB, AOCMA, æquales fore, & proportionaliter analogas, adeò vt partes ad A, terminantes ſint homologæ. Centra ergo æquilibrii ipſarum appenſarum ſecundum BF, FC, ſecabunt eodem modo BF, FC, vt partes ad F, terminatæ, ſint æquales, & homologæ. Inſuper cum *in prop. 1. ſuper. de Infinit. Spira.* oſtenſum ſit rectangulum HF, eſſe ad lunulam BMAOB, vt duplus cylindrus ex HF, circa AF, ad ſolidum ex BMAF, circa AF; erit etiam vt duplus cylindrus ad illud ſolidum, ſic KF, ad lunulam AOCMA.

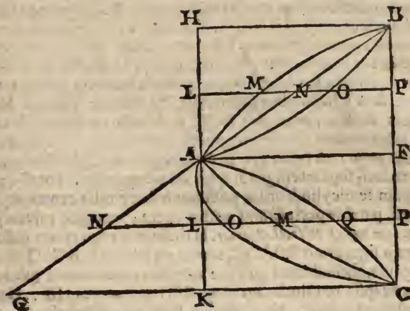
SCHOLIVM II.

Intelligamus curuæ BOA, aliam æqualem in omnibus & per omnia in altera medietate figuræ AMCF. Sic genita erit quædam figura AOCQA; in qua cum ſemper OM, ſit æqualis MQ; curua AMC, erit diameter; & rectangulum FK, erit ad ipſam vt cylindrus ex KF, circa AF, ad ſolidum ex AMCF, circa eandem. Cum enim, ex ſupradictis, ſit KF, ad AOCMA, vt duplus dictus cylindrus ad dictum ſolidum; erit KF, ad AOCQA, vt duplus dictus cylindrus ad duplum dictum ſolidum; nempe vt cylindrus ad ſolidum.

PROPOSITIO VII.

In ſchemate eodem eſt LP, ad PO, vt quadratum LP, ad rectangulum MPN.

Nam



NAm proportio LP, ad PO, componitur ex ratione LP, ad PN, & huius ad PO. Sed vt NP, ad PO, sic LP, ad PM; & ex duabus rationibus LP, ad PN, & LP, ad PM, componitur ratio quadrati LP, ad rectangulum MPN. Ergo vt LP, ad PO, sic quadratum LP, ad rectangulum MPN. Quod &c.

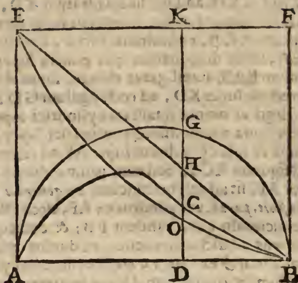
SCHOLIVM.

Cum verò mentè intellecto super figura BMAMC, cylindrico recto, cuius altitudo GC, intellecta erecta super BC, cum toto triangulo BGC, secto diagonaliter plano transeunte per G, & per B, semper rectangulum MPN, sit æquale rectangulo erecto super MP, in illo trunco; patebit assueto doc-

trinis nostrorum operum, figuram BOAOC, & truncum prædictum, qui erit dimidium cylindrici prædicti, fore quantitates proportionaliter analogas; & idcircò BC, secari æqualiter à centris æquilibrii ipsorum. Cylindri cum prædictum, cum trunco, non exprimimus schemate, sicuti nec etiam exprimemus in sequentibus propositionibus, in quibus sunt semper intelligendi, ad fugiendum nimium laborem necessarium in talibus schematibus formandis. Sed lector assuetus doctrinis nostris, præcipuè *in lib. 2. de Infin. parab.* notatis circa tales truncos, facilè imaginationem iuuabit. Sed bene recolat *prop. 1. de Infin. Spiral. huius tractatus.* Cylindrici enim & trunci, sunt intelligendi ipsorum ad normam. Porrò quot talium semicylindrorum possimus habere talia centra æquilibrii, patebit perlustranti nostra opera; præcipuè *partem secundam nostri Miscell. Geomet.* Habebimus ergo etiam infinitarum figurarum BOAOC, centra æquilibrii in BC. Quibus cognitis, obtinebimus quoque mensuras infinitorum solidorum ex ipsis reuolutis tam circa KC; quam circa HB. Hæc consideret lector. Nos quippè hæc solum tetigimus, vt præmitteremus vniuersalia hæc ad solutionem duorum, quę nobis aliquandò proposuit vir eximius, ac nulli Geometræ secundus Renatus Franciscus Slusius Leodiensis, vt nostræ methodi periculum faceret. Primum propositum erat.

Sit data recta AB, & in ipsa quodlibet punctum D; fiatque vt quadratum AB, ad rectangulum ADB, sic quadratum BD, ad quadratum DC; & sic semper quoadusque describatur curua ACB. Proponitur inuenienda quadratura huius spatii ACB (supposita quadratura circuli, si opus sit) & solidum genitum ex ipsius reuolutione circa AB.

Hæc problemata facilè soluere possumus ex antecedentibus, vel ad eorum normam.



PROPOSITIO VIII.

Figura ACB, est æqualis dimidio semicirculi diametri AB.

SVper diametro AB, fiat semicirculus, & quadratum AF, & ducatur EB; DC, autem producatur vsque dum secet circumferentiam in G, rectam EB, in H, & rectam EF, in K. Quia EA, AB, sunt æquales, ergo semper æquales BD, DH. Pariter semper rectangulum ADB, est æquale quadrato DG. Cum ergo sit semper vt quadratum AB, seu KD, ad rectangulum ADB, seu ad quadratum DG, sic quadratum DB, seu DH, ad quadratum DC; erit etiam vt KD, ad DG, sic HD, ad DC. Sed ratio KD, ad DC, componitur ex ratione ipsius ad DH, & huius ad DC; & vt DH, ad DC, sic KD, ad DG. Ergo ratio KD, ad DC, componetur ex rationibus KD, ad DH, & KD, ad DG. Sed ex his

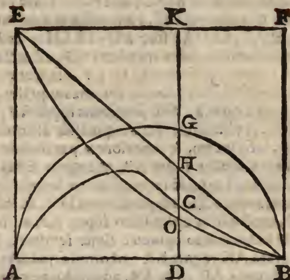
quoque

quoque componitur ratio quadrati KD, ad rectangulum GDH. Ergo vt KD, ad DC, sic quadratum KD, ad rectangulum GDH; nempe (mente intellectis super quadrato AF, & semicirculo AGB, cylindricis rectis, quorum altitudo æqualis EA, sectis diagonaliter per puncta superius, & B, vt triangulum EAB, intelligatur eleuari supra AB) sic quadratum erectum super KD, ad rectangulum GDH. Et hoc semper. Ergo vt omnia quadrata cylindrici super AF, ad omnia rectangula trunci dimidij cylindrici super semicirculum; nempe vt ipse cylindricus super AF, ad talem truncum, sic AF, ad figuram ACB. Sed cum prisma dimidium cylindrici super AF, sit ad talem truncum, *ex generali propr. 10. lib. 2. de infinit. parab.* vt cylindrus ex AF, circa FB, ad annulum ex semicirculo circa eandem FB; & consequenter totus cylindricus ad dictum truncum, vt duplus cylindrus, ad dictum annulum; *& ex prop. 11. eiusd lib.* sit talis cylindrus ad talem annulum, vt quadratum AF, ad semicirculum; & consequenter duplus cylindrus ad dictum annulum, vt duplum AF, ad semicirculum. Erit etiam AF, ad ACB, vt duplum AF, ad semicirculum; nempe vt idem AF, ad medietatem semicirculi. Erit ergo ACB, æqualis medietati semicirculi. Quod &c.

SCHOLIVM.

Notetur autem, quod dicta figura ACB, quæ est medietas figuræ in prop. 6. consideratæ, est etiam cum ipsa proportionaliter analoga; & cum semicylindro super semicirculo extante secto diagonaliter, vt supra dictum est. Quare centrum æquilibrij figuræ appensæ secundum AB, secabit ipsam in eodem puncto, in quo secatur à centro præfatæ figuræ integræ, seu præfati semicylindri.

PRO-



PROPOSITIO IX.

Cylindrus ex A F, circa AB, est ad solidum ex ACB, circa eandem, vt 20. ad 1.

Fiant omnia, quæ supra. Quadratum ex KD, ad quadratum ex DC, habet rationem compositam ex ratione ipsius ad quadratum ex DH; siue quadrati AB, ad quadratum DB; & quadrati DH, siue DB, ad quadratum DC; nempe ex datis, quadrati AB, ad rectangulum ADB. Sed ex his componitur quoque ratio biquadrati AB, ad factum sub cubo BD, in AD. Ergo quadratum DK, erit ad quadratum DC, vt biquadratum AB, ad factum sub cubo DB, in DA; nimirum erit in ratione composita ex ratione cubi AB, ad cubum DB, & AB, ad AD.

Basi EA, & diametro AB, sit trilineum parabolicum cubicum

bicum EOBA. Ergo vt cubus *K*D, ad cubum DH; siue vt cubus AB, ad cubum BD, sic KD, ad DO. Quare ratio quadrati KD, ad quadratum DC, composita erit ex rationibus KD, ad DO, & AB, ad DA; siue *K*D, ad KH. Sed ex his rationibus componitur ratio quadrati *K*D, ad rectangulum sub DO, HK; ergo quadratum KD, ad quadratum DC, & ad rectangulum DO, HK, habebit rationes æquales. Quare hæc plana erunt æqualia. Sed intellectis super AF, & super trilineo EOBA, cylindricis rectis æquealtis altitudinis EA, sectis per FB, inferiorem, & superiorem parallelam EA, & in ipsis intellecto erecto super AB, triangulo EAB, rectangulum KH, DO, est æquale rectangulo in trunco superiori. Ergo vt quadratum KD, ad quadratum DC, sic idem quadratum KD, erectum in cylindrico super AF, ad rectangulum sub *K*H, *D*O, in dicto trunco. Et sic semper. Ergo vt omnia quadrata AF, regula EA, ad omnia quadrata ACB; siue vt cylindrus ex AF, circa AB, ad solidum ex ACB, circa eandem, sic omnia quadrata cylindrici super AF, ad omnia rectangula prædicti trunci; nempe sic cylindricus ad truncum. Sed cyliudricus est ad dictum truucum vt duplus cylindrus ex FA, circa EA, ad solidum ex trilineo EOBA, circa EA, *ex prop. 10. lib. 2. de Inf. parab.* nempe *ex prop. 15. eiusd. lib.* vt 40, ad 2. siue vt 20, ad 1. Ergo & cylindrus ex AF, circa A*B*, erit ad solidum ex AC*B*, circa A*B*, vt 20, ad 1. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed adnotetur, ostensum esse quadratum DC, semper fore æquale rectangulo sub OD, & sub KH, in trunco. Ex quibus elicietur truncum ipsum, & solidum ex AC*B*, fore quoque magnitudines proportionaliter analogas. Idcirco centrum æquilibrii trunci appensi secundum A*B*, & solidi secare A*B*, in eodem puncto. Sed *ex part. 2. Miscell. Geom. prop. 2. schol. 1.* centrum æquilibrii talis trunci in trilineo cubico sic secat *B*A, vt pars ad *B*, sit dupla reliquæ; ergo sic quoque secabit *B*A, centrum prædicti solidi.

Secundum propositum à Slusio erat.

Sit data AB, & in ipsa quodlibet punctum D, sitque vt quælibet potestas AB, ad homogeneam BD, sic quælibet alia potestas AD, ad homogeneam DC; & sic semper quoadvsque describatur curua BCA. Proponitur reperienda quadratura huius spatij.

PROPOSITIO X.

Quadratum ex AB, est ad spatium ACB, vt rectangulum sub aggregato exponentium AB, AD, & sub aggregato exponentium AB, & dupli AD, ad quadratum exponentis AD.

V. G. si sit vt quadratum BA, ad quadratum BD, sic cubus AD, ad cubum DC, aggregatum exponentium quadrati AB, & cubi AD, est 5. & aggregatum exponentium quadrati AB, & dupli exponentis cubi AD, est 8. & horum rectangulum est 40. Sic quadratum exponentis cubi AD, est 9. Est ergo quadratum AC. ad dictum spatium, vt 40. ad 9. Et sic in alijs.

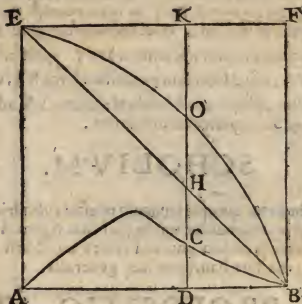
Fiat ex AB, quadratum AF, in quo ducatur diameter BE, & DC, producatur in K, vt in schemate. Iam patet KD, AB; BD, DH; AD, KH, æquales fore. Fiat vt AD, siue KH, ad DC, ita KD, ad aliam DO, ad quam eam proportionem habeat, quæ sit ea pars proportionis potestatis AB, siue KD, ad potestatem BD, siue HD, quæ pars est simplex proportio KH, ad DC, proportionis potestatis KH, ad potestatem DC. Explico in nostro exemplo, vt quadratum kD, ad quadratum DH, sic cubus kH ad cubum DC. Cum ergo simplex ratio kH, ad DC, sit subtriplicata proportionis cubi kH, ad cubum DC; nempe eius triens, habeat kD, ad DO, subtriplicatam proportionem quadrati kD, ad quadratum DH; nempe sit eius triens, siue subsquialtera proportionis radicalis kD, ad DH. Et sic fiat semper; & per omnia puncta O, & per BE, transeat curua BOE. Patet figuram AEOB, fore, vel vnam ex infinitis parabolis, vel vnum ex infini-

tis trilineis illarum infinitarum serierum, quas explicauimus *in nostro lib. 5. de Inf Parab.* Si namque potestates AB, BD, erunt minores potestatibus AD, DC; BOEA, erit semiparabola; si vero maiores trilineum. In nostro exemplo, erit semiparabola, in qua ordinatim applicata A E, siue KD, ad DO, sit in subsesquialtera ratione AB, ad BD. Tunc. Ratio KD, ad DC, componitur ex ratione DK, ad KH, & huius ad DC. Cumque sit vt KH, ad DC, sic KD, ad DO; ergo ratio KD, ad DC, componetur ex rationibus DK, ad KH, & DK, ad DO. Sed ex his rationibus componitur quoque ratio quadrati DK ad rectangulum sub KH, DO; ergo erit quoque vt KD, ad DC, sic quadratum KD, ad rectangulum sub KH, DO. Sed si mente super AF, & BOEA, concipiamus cylindricos æquealtos rectos, altitudinis æqualis EA, sectos diagonaliter per punctum inferius B, & in superiori per parallelam EA, in quibus etiam intelligamus erectum super AB, triangulum AEB, fit rectangulum KH, DO, æquale rectangulo in trunco superiori. Ergo ut KD, ad DC, sic quadratum ex KD, in cylindrico super AF, ad rectangulum in trunco. Et sic semper. Ergo vt omnes lineæ ad omnes lineas, sic omnia quadrata ad omnia rectangula. Ergo etiam vt rectangulum AF, ad figuram BCA, sic cylindricus ad dictum truncum. Sed vt cylindricus ad truncum, sic, *ex sepe cit. prop. 10. generali lib. 2. de Inf. Parab.* duplus cylindrus ex FA, circa AE, ad solidum ex BOEA, circa AE. Et duplus cylindrus est ad solidum in ratione prædicta, vt elicitur ex nostris doctrinis *lib. 5. de Infin. Parab.* Ergo patet propositum. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed vt hæc vniuersalissima doctrina clarius pateat, optimum erit exemplificare in vno, vel altero casu. Prius in priori supra posito. Iam constat BOEA, fore parabolam, in qua ratio ordinatim applicatarum sit subsesquialtera radicalis. *Ergo ex coroll. prop. 8. lib. 5. de Infin. Parab.* FA,

est



est ad ipsam vt 5. ad 3. Cumque *ex prop. 2. lib. 3. de Inf. Parab.* (supposito D, centro grauitatis ipsius duplicatæ) sit quoque BD, ad DA, vt 5. ad 3. & consequenter B A, ad AD, vt 8. ad 3. & dimidia B A, ad ipsam vt 4. 3. et *ex prop. 3. eiusd. lib.* ratio cylindri ex FA, ad solidum ex BOEA. circa AE, componatur ex rationibus FA, ad ipsam BOEA; siue 5. ad 3. & dimidiæ BA, ad AD; nempe 4. ad 3. & ex his componatur ratio 20. ad 9. Sic etiam erit vnus cylindrus ad solidum. Quare duplus cylindrus erit ad solidum; & consequenter FA, ad ACB, vt 40. ad 9. Quæ est ratio supra tradita.

Sed supponamus fore cubum *A*B, ad cubum BD, vt quadratum *A*D, ad quadratum DC. *A*ggregatum exponentium potestatum *A*B, *A*D, est 5. *A*ggregatum exponentis *A*B, & dupli *A*D, est 7. Horum rectangulum 35. Quadratum *A*D, est 4. Ergo F*A*, debet esse ad figuram vt 35. ad 4. Quoniam proportio potestatum *A*B, *B*D, siue KD, DH, est sesquialtera proportionis potestatum *A*D, DC; ergo proportio æqualis simplici proportioni *A*D, ad DC, erit sesquialtera radicalis KD. ad DH. Et BOEA, erit trilineum parabolicum, in quo ra-

ti o BA, siue KD, ad DO, erit sesquialtera proportionis KD, ad DH. Ergo *ex prop. 8. lib. 5. de Infin. parab.* F A, erit ad dictum trilineum vt 5. ad 2. Et dimidia BA, erit ad AD (supposito D, centro æquilibrii trilinei) vt $3\frac{1}{2}$ ad 2. Et cylindrus ex FA, erit ad solidum ex trilineo circa EA, vt $17\frac{1}{2}$ ad 4. Et duplus cylindrus ad solidum; nempe FA, ad figuram, vt 35. ad 4. Sic experiemur in reliquis.

SCHOLIVM.

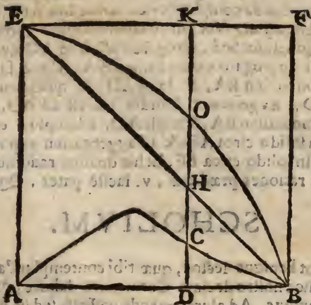
Sed adnotetur quoque truncum præfati cylindrici faciliter constare proportionaliter analogum cum figura ACB. Vnde BA, secabitur in eodem puncto à centro æquilibrii & trunci, & figuræ. Ex hoc haurietur hæc generalis.

PROPOSITIO XI.

Centrum æquilibrij figuræ A C b, appensæ secundum b A, sic ipsam secat in D, vt b D, sit ad DA, vt aggregatum exponentium b A, AD, ad duplum exponentis AD.

V. G. si sit vt quadratum AB, ad quadratum BD, sic cubus AD, ad cubum DC. Aggregatum exponentium BA, AD, est 5. duplus exponens AD, est 6. Ergo BD, est ad DA, vt 5. ad 6. Et sic in reliquis.

Nam centrum prædictum D, idem est cum centro prædicti trunci. Sed *ex prop. 2. part. 2. miscell. Geom. & ex prop. 3. lib. 3. de Inf. Parab.* elicitur fore in trunco BD, ad DA, vt FA, ad duplam BOEA. Et *cum ex prop. 8. lib. 5. de Inf. parab.* pateat manifestè fore FA, ad duplam BOEA, vt aggregatum exponentium AB, AD, ad duplum exponentis AD, Ergo patebit quoque propositum.



SCHOLIVM.

Ex quibus consequenter eliciemus rationes cylindri ex AF, ad solida ex ACB, tam circa EA, quam circa FB, reuoluta. Ergo.

PROPOSITIO XII.

Cylindrus ex FA, circa EA, siue FB, est ad solidum ex ACB circa EA, vt factum sub rectangulo aggregati exponentium, AB, AD, & sub aggregato exponentis AB, & dupli exponentis AD, in dimidium aggregati exponentis AB, & tripli exponentis AD, ad duplum cubum exponentis AD. Ad solidum verò circa BF, vt idem antecedens, ad factum sub quadrato exponentis AD, & sub aggregato exponentium AB, AD,

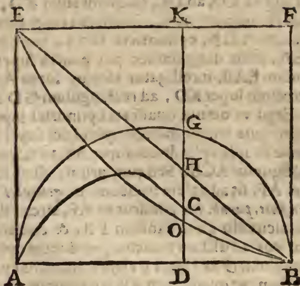
Nam

trinis nostrorum operum, figuram BOAOC, & truncum prædictum, qui erit dimidium cylindrici prædicti, fore quantitates proportionaliter analogas; & idcircò BC, secari æqualiter à centris æquilibrii ipsorum. Cylindri cum prædictum, cum trunco, non exprimimus schemate, sicuti nec etiam exprimemus in sequentibus propositionibus, in quibus sunt semper intelligendi, ad fugiendum nimium laborem necessarium in talibus schematibus formandis. Sed lector assuetus doctrinis nostris, præcipuè *in lib. 2. de Infin. parab.* notatis circa tales truncos, facilè imaginationem iuuabit. Sed bene recolat *prop. 1. de Infin. Spiral. huius tractatus.* Cylindrici enim & trunci, sunt intelligendi ipsorum ad normam. Porrò quot talium semicylindrorum possimus habere talia centra æquilibrii, patebit perlustranti nostra opera; præcipuè *partem secundam nostri Miscell. Geomet.* Habebimus ergo etiam infinitarum figurarum BOAOC, centra æquilibrii in BC. Quibus cognitis, obtinebimus quoque mensuras infinitorum solidorum ex ipsis reuolutis tam circa KC; quam circa HB. Hæc consideret lector. Nos quippè hæc solum tetigimus, vt præmitteremus vniuersalia hæc ad solutionem duorum, quę nobis aliquandò proposuit vir eximius, ac nulli Geometræ secundus Renatus Franciscus Slusius Leodiensis, vt nostræ methodi periculum faceret. Primum propositum erat.

Sit data recta AB, & in ipsa quodlibet punctum D; fiatque vt quadratum AB, ad rectangulum ADB, sic quadratum BD, ad quadratum DC; & sic semper quoadusque describatur curua ACB. Proponitur inuenienda quadratura huius spatii ACB (supposita quadratura circuli, si opus sit) & solidum genitum ex ipsius reuolutione circa AB.

Hæc problemata facilè soluere possumus ex antecedentibus, vel ad eorum normam.

PRO-



PROPOSITIO VIII.

Figura ACB, est æqualis dimidio semicirculi diametri AB.

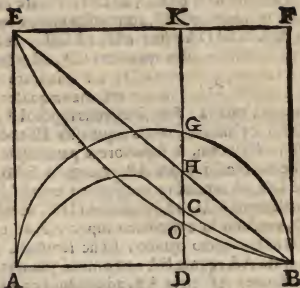
SVper diametro AB, fiat semicirculus, & quadratum AF, & ducatur EB; DC, autem producatur vsque dum secet circumferentiam in G, rectam EB, in H, & rectam EF, in K. Quia EA, AB, sunt æquales, ergo semper æquales BD, DH. Pariter semper rectangulum ADB, est æquale quadrato DG. Cum ergo fit semper vt quadratum AB, seu KD, ad rectangulum ADB, seu ad quadratum DG, sic quadratum DB, seu DH, ad quadratum DC; erit etiam vt KD, ad DG, sic HD, ad DC. Sed ratio KD, ad DC, componitur ex ratione ipsius ad DH, & huius ad DC; & vt DH, ad DC, sic KD, ad DG. Ergo ratio KD, ad DC, componetur ex rationibus KD, ad DH, & KD, ad DG. Sed ex his

quoque

quoque componitur ratio quadrati KD, ad rectangulum GDH. Ergo vt KD, ad DC, sic quadratum KD, ad rectangulum GDH; nempe (mente intellectis super quadrato AF, & semicirculo AGB, cylindricis rectis, quorum altitudo æqualis EA, sectis diagonaliter per puncta superius, & B, vt triangulum EAB, intelligatur eleuari supra AB) sic quadratum erectum super KD, ad rectangulum GDH. Et hoc semper. Ergo vt omnia quadrata cylindrici super AF, ad omnia rectangula trunci dimidij cylindrici super semicirculum; nempe vt ipse cylindricus super AF, ad talem truncum, sic AF, ad figuram ACB. Sed cum prisma dimidium cylindrici super AF, sit ad talem truncum, *ex generali propr. 10. lib. 2. de infinit. parab.* vt cylindrus ex AF, circa FB, ad annulum ex semicirculo circa eandem FB; & consequenter totus cylindricus ad dictum truncum, vt duplus cylindrus, ad dictum annulum; *& ex prop. 11. eiusd lib.* sit talis cylindrus ad talem annulum, vt quadratum AF, ad semicirculum; & consequenter duplus cylindrus ad dictum annulum, vt duplum AF, ad semicirculum. Erit etiam AF, ad ACB, vt duplum AF, ad semicirculum; nempe vt idem AF, ad medietatem semicirculi. Erit ergo ACB, æqualis medietati semicirculi. Quod &c.

SCHOLIVM.

Notetur autem, quod dicta figura ACB, quæ est medietas figuræ in prop. 6. consideratæ, est etiam cum ipsa proportionaliter analoga; & cum semicylindro super semicirculo extante secto diagonaliter, vt supra dictum est. Quare centrum æquilibrij figuræ appensæ secundum AB, secabit ipsam in eodem puncto, in quo secatur à centro præfatæ figuræ integræ, seu præfati semicylindri.



PROPOSITIO IX.

Cylindrus ex AF, circa AB, est ad solidum ex ACB, circa eandem, vt 20. ad 1.

Fiant omnia, quæ supra. Quadratum ex KD, ad quadratum ex DC, habet rationem compositam ex ratione ipsius ad quadratum ex DH; siue quadrati AB, ad quadratum DB; & quadrati DH, siue DB, ad quadratum DC; nempe ex datis, quadrati AB, ad rectangulum ADB. Sed ex his componitur quoque ratio biquadrati AB, ad factum sub cubo BD, in AD. Ergo quadratum DK, erit ad quadratum DC, vt biquadratum AB, ad factum sub cubo DB, in DA; nimirum erit in ratione composita ex ratione cubi AB, ad cubum DB, & AB, ad AD.

Basi EA, & diametro AB, sit trilineum parabolicum cubicum

bicum EOBA. Ergo vt cubus *K*D, ad cubum DH; siue vt cubus AB, ad cubum BD, sic KD, ad DO. Quare ratiò quadrati KD, ad quadratum DC, composita erit ex rationibus KD, ad DO, & AB, ad DA; siue *K*D, ad KH. Sed ex his rationibus componitur ratio quadrati *K*D, ad rectangulum sub DO, HK; ergo quadratum KD, ad quadratum DC, & ad rectangulum DO, HK, habebit rationes æquales. Quare hæc plana erunt æqualia. Sed intellectis super AF, & super trilineo EOBA, cylindricis rectis æquealtis altitudinis EA, sectis per FB, inferiorem, & superiorem parallelam EA, & in ipsis intellecto erecto super AB, triangulo EAB, rectangulum KH, DO, est æquale rectangulo in trunco superiori. Ergo vt quadratum KD, ad quadratum DC, sic idem quadratum KD, erectum in cylindrico super AF, ad rectangulum sub *K*H, *D*O, in dicto trunco. Et sic semper. Ergo vt omnia quadrata AF, regula EA, ad omnia quadrata ACB; siue vt cylindrus ex AF, circa AB, ad solidum ex ACB, circa eandem, sic omnia quadrata cylindrici super AF, ad omnia rectangula prædicti trunci; nempe sic cylindricus ad truncum. Sed cyliudricus est ad dictum truucum vt duplus cylindrus ex FA, circa EA, ad solidum ex trilineo EOBA, circa EA, *ex prop. 10. lib. 2. de Inf. parab.* nempe *ex prop. 15. eiusd. lib.* vt 40. ad 2. siue vt 20. ad 1. Ergo & cylindrus ex AF, circa A*B*, erit ad solidum ex AC*B*, circa A*B*, vt 20. ad 1. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed adnotetur, ostensum esse quadratum DC, semper fore æquale rectangulo sub OD, & sub KH, in trunco. Ex quibus elicietur truncum ipsum, & solidum ex AC*B*, fore quoque magnitudines proportionaliter analogas. Idcirco centrum æquilibrii trunci appensi secundum A*B*, & solidi secare A*B*, in eodem puncto. Sed *ex part. 2. Miscell. Geom. prop. 2. schol. 1.* centrum æquilibrii talis trunci in trilineo cubico sic secat *B*A, vt pars ad *B*, sit dupla reliquæ; ergo sic quoque secabit *B*A, centrum prædicti solidi.

Secundum propositum à Slusio erat.

Sit data AB, & in ipsa quodlibet punctum D, sitque vt quaelibet potestas AB, ad homogeneam BD, sic quaelibet alia potestas AD, ad homogeneam DC; & sic semper quoadvsque describatur curua BCA. Proponitur reperienda quadratura huius spatij.

PROPOSITIO X.

Quadratum ex AB, est ad spatium ACB, vt rectangulum sub aggregato exponentium AB, AD, & sub aggregato exponentium AB, & dupli AD, ad quadratum exponentis AD.

V. G. si sit vt quadratum BA, ad quadratum BD, sic cubus AD, ad cubum DC, aggregatum exponentium quadrati AB, & cubi AD, est 5. & aggregatum exponentium quadrati AB, & dupli exponentis cubi AD, est 8. & horum rectangulum est 40. Sic quadratum exponentis cubi AD, est 9. Est ergo quadratum AC. ad dictum spatium, vt 40. ad 9. Et sic in alijs.

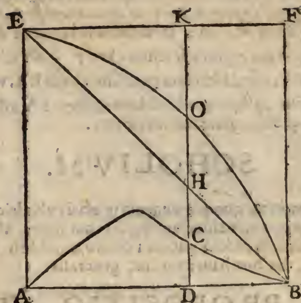
Fiat ex AB, quadratum AF, in quo ducatur diameter BE, & DC, producatur in K, vt in schemate. Iam patet KD, AB; BD, DH; AD, KH, aequales fore. Fiat vt AD, siue KH, ad DC, ita KD, ad aliam DO, ad quam eam proportionem habeat, quae sit ea pars proportionis potestatis AB, siue KD, ad potestatem BD, siue HD, quae pars est simplex proportio KH, ad DC, proportionis potestatis KH, ad potestatem DC. Explico in nostro exemplo, vt quadratum kD, ad quadratum DH, sic cubus kH ad cubum DC. Cum ergo simplex ratio kH, ad DC, sit subtriplicata proportionis cubi kH, ad cubum DC; nempe eius triens, habeat kD, ad DO, subtriplicatam proportionem quadrati kD, ad quadratum DH; nempe sit eius triens, siue subsquialtera proportionis radicalis kD, ad DH. Et sic fiat semper; & per omnia puncta O, & per BE, transeat curua BOE. Patet figuram AEOB, fore, vel vnam ex infinitis parabolis, vel vnum ex infini-

tis trilineis illarum infinitarum ſerierum, quas explicauimus *in noſtro lib.5. de Inf. Parab.* Si namque poteſtates AB, BD, erunt minores poteſtatibus AD, DC; BOEA, erit ſemiparabola; ſi vero maiores trilineum. In noſtro exemplo, erit ſemiparabola, in qua ordinatim applicata AE, ſiue KD, ad DO, ſit in ſubſeſquialtera ratione AB, ad BD. Tunc. Ratio KD, ad DC, componitur ex ratione DK, ad KH, & huius ad DC. Cumque ſit vt KH, ad DC, ſic KD, ad DO; ergo ratio KD, ad DC, componetur ex rationibus DK, ad KH, & DK, ad DO. Sed ex his rationibus componitur quoque ratio quadrati DK ad rectangulum ſub KH, DO; ergo erit quoque vt KD, ad DC, ſic quadratum KD, ad rectangulum ſub KH, DO. Sed ſi mente ſuper AF, & BOEA, concipiamus cylindricos æquealtos rectos, altitudinis æqualis EA, ſectos diagonaliter per punctum inferius B, & in ſuperiori per parallelam EA, in quibus etiam intelligamus erectum ſuper AB, triangulum AEB, ſit rectangulum KH, DO, æquale rectangulo in trunco ſuperiori. Ergo ut KD, ad DC, ſic quadratum ex KD, in cylindrico ſuper AF, ad rectangulum in trunco. Et ſic ſemper. Ergo vt omnes lineæ ad omnes lineas, ſic omnia quadrata ad omnia rectangula. Ergo etiam vt rectangulum AF, ad figuram BCA, ſic cylindricus ad dictum truncum. Sed vt cylindricus ad truncum, ſic, *ex ſepæ cit. prop. 10. generali lib. 2. de Inf. Parab.* duplus cylindrus ex FA, circa AE, ad ſolidum ex BOEA, circa AE. Et duplus cylindrus eſt ad ſolidum in ratione prædicta, vt elicitur ex noſtris doctrinis *lib.5. de Infin. Parab.* Ergo patet propoſitum. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed vt hæc vniuerſaliſſima doctrina clarius pateat, optimum erit exemplificare in vno, vel altero caſu. Prius in priori ſupra poſito. Iam conſtat BOEA, fore parabolam, in qua ratio ordinatim applicatarum ſit ſubſeſquialtera radicalis. *Ergo ex coroll. prop. 8. lib. 5. de Infin. Parab.* FA,

eſt



est ad ipsam vt 5. ad 3. Cumque *ex prop. 2. lib. 3. de Inf. Parab.* (supposito D, centro grauitatis ipsius duplicatæ) sit quoque BD, ad DA, vt 5. ad 3. & consequenter BA, ad AD, vt 8. ad 3. & dimidia BA, ad ipsam vt 4. 3. et *ex prop. 3. eiusd. lib.* ratio cylindri ex FA, ad solidum ex BOEA. circa AE, componatur ex rationibus FA, ad ipsam BOEA; siue 5. ad 3. & dimidiæ BA, ad AD; nempe 4. ad 3. & ex his componatur ratio 20. ad 9. Sic etiam erit vnus cylindrus ad solidum. Quare duplus cylindrus erit ad solidum; & consequenter FA, ad ACB, vt 40. ad 9. Quæ est ratio supra tradita.

Sed supponamus fore cubum *A*B, ad cubum BD, vt quadratum *A*D, ad quadratum DC. *A*ggregatum exponentium potestatum *A*B, *A*D, est 5. *A*ggregatum exponentis *A*B, & dupli *A*D, est 7. Horum rectangulum 35. Quadratum *A*D, est 4. Ergo F*A*, debet esse ad figuram vt 35. ad 4. Quoniam proportio potestatum *AB*, *B*D, siue KD, DH, est sesquialtera proportionis potestatum *A*D, DC; ergo proportio æqualis simplici proportioni *A*D, ad DC, erit sesquialtera radicalis KD. ad DH. Et BOEA, erit trilineum parabolicum, in quo ra-

tio BA, siue KD, ad DO, erit sesquialtera proportionis *K* D, ad DH. Ergo *ex prop. 8. lib. 5. de Infin. parab.* F A, erit ad dictum trilineum vt 5. ad 2. Et dimidia BA, erit ad A D (supposito D, centro æquilibrii trilinei) vt $3\frac{1}{2}$ ad 2. Et cylindrus ex FA, erit ad solidum ex trilineo circa EA, vt $17\frac{1}{2}$ ad 4. Et duplus cylindrus ad solidum; nempe FA, ad figuram, vt 35. ad 4. Sic experiemur in reliquis.

SCHOLIVM.

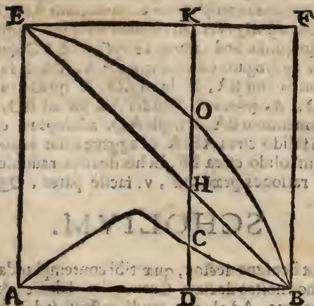
Sed adnotetur quoque truncum præfati cylindrici faciliter constare proportionaliter analogum cum figura ACB. Vnde BA, secabitur in eodem puncto à centro æquilibrii & trunci, & figuræ. Ex hoc haurietur hæc generalis.

PROPOSITIO XI.

Centrum æquilibrij figuræ A C b, appensæ secundum b A, sic ipsam secat in D, vt b D, sit ad D A, vt aggregatum exponentium b A, AD, ad duplum exponentis AD.

V. G. si sit vt quadratum AB, ad quadratum BD, sic cubus AD, ad cubum DC. Aggregatum exponentium BA, AD, est 5. duplus exponens AD, est 6. Ergo BD, est ad DA, vt 5. ad 6. *Et* sic in reliquis.

Nam centrum prædictum D, idem est cum centro prædicti trunci. Sed *ex prop. 2. part. 2. miscell. Geom. & ex prop. 3. lib. 3. de Inf. Parab.* elicitur fore in trunco BD, ad DA, vt FA, ad duplam BOEA. Et *cum ex prop. 8. lib. 5. de Inf. parab.* pateat manifestè fore FA, ad duplam BOEA, vt aggregatum exponentium AB, AD, ad duplum exponentis AD, Ergo patebit quoque propositum.



SCHOLIVM.

Ex quibus consequenter eliciemus rationes cylindri ex AF, ad solida ex ACB, tam circa EA, quam circa FB, reuoluta. Ergo.

PROPOSITIO XII.

Cylindrus ex FA, circa EA, siue FB, est ad solidum ex ACB circa EA, vt factum sub rectangulo aggregati exponentium, AB, AD, & sub aggregato exponentis AB, & dupli exponentis AD, in dimidium aggregati exponentis AB, & tripli exponentis AD, ad duplum cubum exponentis AD. Ad solidum verò circa BF, vt idem antecedens, ad factum sub quadrato exponentis AD, & sub aggregato exponentium AB, AD,

Nam

NAm *ex prop. 3. lib 3. de Inf. parab.* ratio cylindri ex FA ad illa solida componitur ex rationibus AF, ad ACB, & dimidiæ AB, ad AD, vel DB, secundum quod loquimur de hoc, vel illo solido. Sed *ex prop.* 10. FA, est ad ACB, vt rectangulum sub aggregato exponentium BA, AD, & sub aggregato exponentium BA, & dupli AD, ad quadratum exponentis AD. *Ex prop. ant.* dimidia AB, est ad AD, vt dimidium exponentium BA, & tripli AD, ad duplum exponentis DA, in solido circa AB; & ad aggregatum exponentium AB, AD, in solido circa BF. Et his duabus rationibus componuntur rationes prædictæ, vt facilè patet. Quare &c.

SCHOLIVM.

Hæc sunt benigne lector, quæ tibi contemplanda proponimus in hoc nostro decimo Geometrico labore, & vndecimo ex omnibus. Ad plura extendi possent, sed sic sufficiant. In posterum fortassis copiosiora accipies. Errores non notamus, sed more solito, tuæ remittimus diligentiæ.

FINIS.

